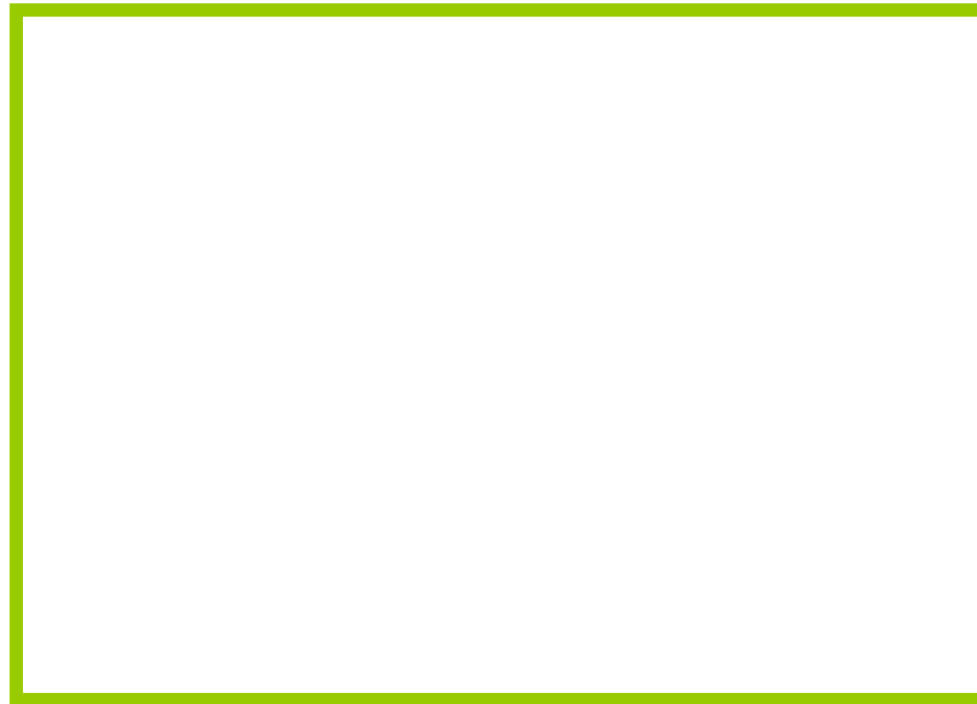


Cartographie pédagogique pour décrire l'enseignement avec les technologies



Kaye Stacey
Université de Melbourne
k.stacey@unimelb.edu.au



Référencement

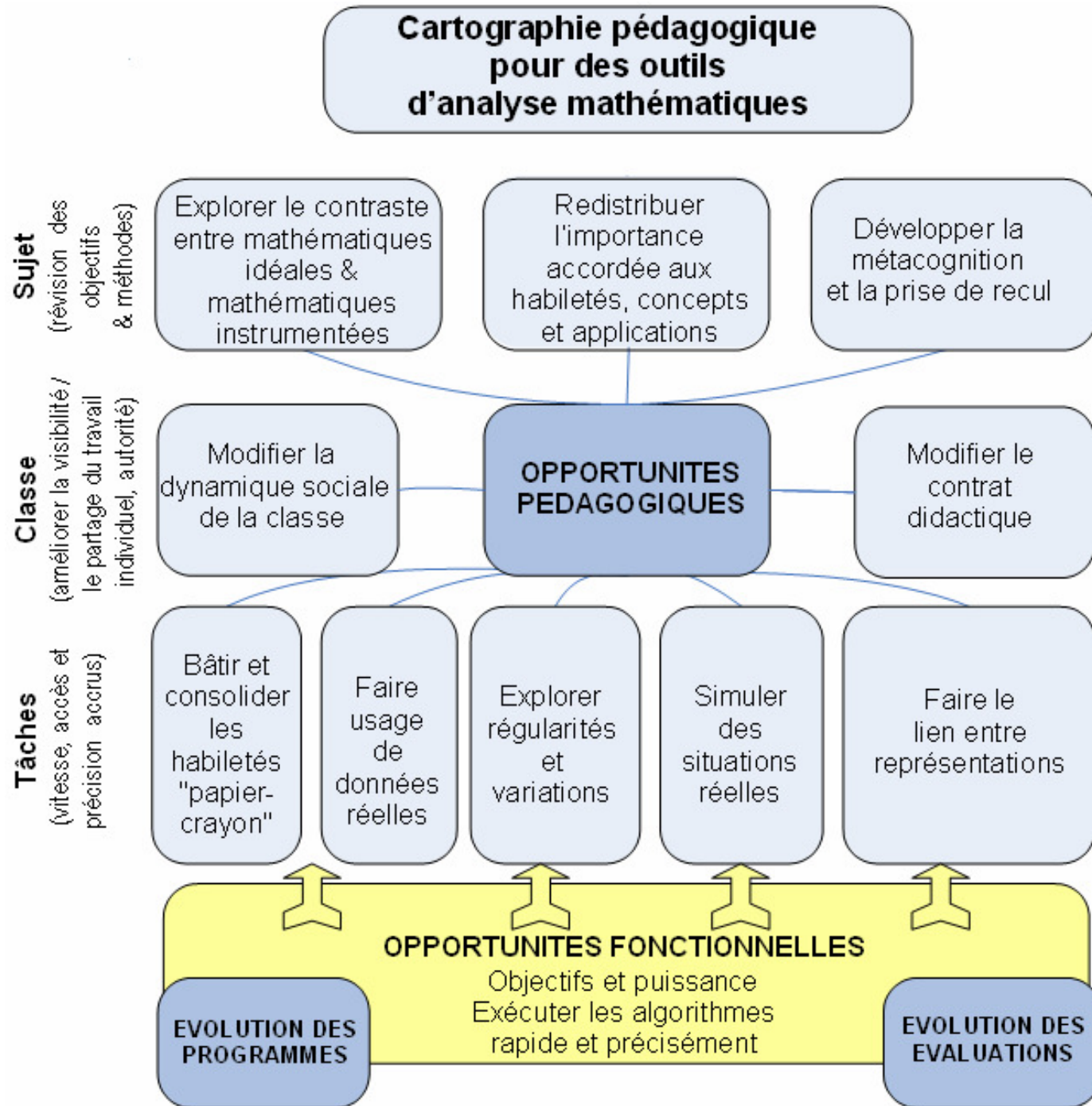
- La “cartographie pédagogique” a été élaborée par Dr Robyn Pierce et Prof Kaye Stacey, et sera bientôt soumise à publication internationale.
- Une première version a été présentée en 2007 lors de la USACAS Conference (Aurora, Illinois USA, 16 Juin) par Kaye Stacey dans son expose “*From functional to pedagogical use of CAS*”. Vous pouvez avoir accès à cette présentation sur:

<http://staff.edfac.unimelb.edu.au/~kayecs/downloads/indexdownload.htm>

- Un article décrivant la première version de la cartographie (2007) a été soumise à Australian Senior Mathematics Journal, dans l'article: Pierce, R., & Stacey, K. (in press) *Using pedagogical maps to show the opportunities afforded by CAS for improving the teaching of mathematics.*

Australian Senior Mathematics Journal.

- Ce qui distingue la première version de la cartographie de l'actuelle sont principalement:
 - Quelques détails de mise en forme
 - Un examen plus global des questions et l'identification des capacités de bases qui les sous-tendent
 - Une généralisation à toutes sortes d'outils d'analyse mathématique, ne se limitant plus aux seules manipulations symboliques.
- Robyn and Kaye vous invitent à leur laisser des commentaires



Outils d'analyse mathématique (je les appellerai « la technologie »)



- Exemples

- Nspire
- Autres calculatrices, dont les calculettes
- Mathematica, Maple, etc.
- Géométrie dynamique (?)
- Progiciels statistiques
- Excel

Aujourd'hui – principalement
concernés par les logiciels
de calcul formel

- Contre-exemples

- PowerPoint, Mathtype ou d'autres logiciels de présentation
- Enseignement et/ ou évaluation assistée par ordinateur
- La plupart des ressources Internet – certaines disposent d'une capacité spécifique d'analyse mathématique (ex : applet pour tracer un diagramme statistique)

Nos projets à Melbourne

- Intérêt précoce porté aux Logiciels de calcul formel dans le cadre du programme - directions évidentes de l'évolution dans les années 80.
- Tableurs ; calculatrices graphiques 1997
- Expérimentation des Logiciels de calcul formel – principalement sur les fonctions & analyse
- « Logiciel de calcul formel - CoT » – évolution de l'évaluation depuis 2001 pour les examens d'entrée à l'université des élèves de Terminale, afin de permettre les Logiciels de calcul formel – site Web de ressources – encore en option
- Extension pour les élèves plus jeunes – désormais, les enseignants s'intéressent à l'utilisation pour la Troisième et la Seconde. Davantage d'intérêt pour les « opportunités pédagogiques ».

Cette présentation

- Discuter de la manière dont les logiciels de calcul formel peuvent être utilisés pour aider l'apprentissage
- Montrer comment nous gardons trace des changements apportés au rôle des logiciels de calcul formel dans l'enseignement :
 - dans le temps
 - entre différents enseignants
 - pour des élèves à différents niveaux scolaires

Interpréter les logiciels de calcul formel dans leur ensemble comme logiciels de mathématiques

Regard vers le passé : la technologie dans la classe

Années 70 : les premières calculettes font apparition

Exemple d'article :

Etlinger, L. (1974). La calculatrice électronique : Une nouvelle tendance dans l'enseignement des mathématiques en classe. *Educational Technology (La technologie éducative)*, XIV(12), 43-45.

D'importantes analogies entre les calculettes de l'école élémentaire et les logiciels de calcul formel dans le secondaire – toutes deux se rapportent à ce que l'on considère comme étant la principale tâche des mathématiques.

Avantages attendus par Etlinger

- Faire en sorte que les élèves éprouvent plus de plaisir à apprendre les mathématiques
- Développer la motivation des élèves vis-à-vis de l'apprentissage

En

- Diminuant le nombre de calculs fastidieux
- Développant la pertinence grâce à une plus grande utilisation d'exemples d'applications (ex: à partir de données réelles)
- Exploitant la vertu pédagogique de la technologie

Usage fonctionnel - Etlinger (1974)



Le point de vue le plus extrême consiste peut-être à considérer la calculatrice comme un appareil purement fonctionnel, utilisé en classe... Selon ce point de vue, la calculatrice nous permettra de réaliser des calculs beaucoup plus facilement et nous évitera d'apprendre les méthodes anciennes, plus fastidieuses, tout comme le stylo bille nous épargne l'inconvénient des encriers et des buvards...

Exemple :

$$\begin{array}{r} 981 \\ \times \underline{863} \\ \hline 846603 \end{array}$$

Usage fonctionnel

- Usage des logiciels de calcul formel pour exécuter rapidement et correctement des algorithmes, afin de trouver la réponse à un problème donné.

▼ Tuned Parameters

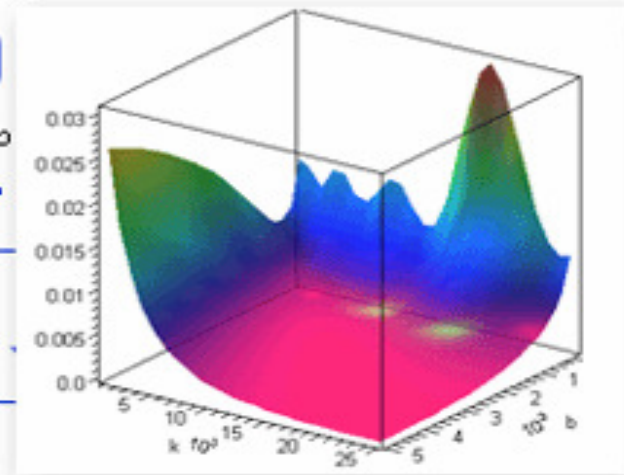
To derive the actual response of the system to a bump, solve the differential equation of the system's behaviour with the initial condition $x(0) = 0.1$.

The differential equation of an unforced mass-spring-damper system:

$$\text{System_Equation} := m \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + b \left(\frac{d}{dt} x(t) \right)$$

Now solve the system and define the response as a function of k , b

$$\text{sol} := x(t) = \frac{1}{20} \frac{(b^2 - 1800k + b\sqrt{b^2 - 1800k}) e^{\left(-\frac{1}{900}b\right)t}}{b^2 - 1800k} + \frac{1}{20} \frac{(b^2 - b\sqrt{b^2 - 1800k} - 1800k) e^{\left(-\frac{1}{900}b - \frac{1}{900}\right)t}}{b^2 - 1800k}$$



Publicité de Maple pour les ingénieurs automobiles

Usage pédagogique - Etlinger (1974)



Le point de vue purement pédagogique est à peu près celui-ci : la calculatrice ne doit pas être utilisée pour remplacer l'apprentissage, mais plutôt pour le faciliter. Les élèves doivent continuer à apprendre les faits et les algorithmes ainsi que les concepts et idées plus abstraits des mathématiques.

Deux exemples :

Assemblage de sous-produits

$$\begin{array}{r} 22981 \\ \times \underline{37863} \\ \hline 870129603 \end{array}$$

Expliquez pourquoi $(1 \div 3) \times 3 = 0,9999999$

Etlinger : « les implications du point de vue pédagogique n'ont pas été expliquées ».

Deux types (imbriqués) d'usage de la technologie dans l'apprentissage des mathématiques



Fonctionnel


- Trouver plus facilement des réponses aux problèmes, dont ceux que les élèves ne peuvent pas résoudre sur « papier-crayon »

Pédagogique

- Favoriser l'apprentissage des idées mathématiques

Premiers espoirs quant à l'utilisation de la calculette à l'école

- Augmenter le goût pour les mathématiques en allégeant le poids du calcul
- Utiliser davantage des exemples du quotidien
 - pour que les mathématiques soient plus adaptées à la vie des élèves
 - et donc pour développer la motivation des élèves
 - aussi pour améliorer l'utilité réelle des mathématiques qu'apprennent les élèves
- Contrôler le travail réalisé sur papier-crayon
 - utiliser la machine pour vérifier l'exactitude des réponses trouvées à la main
 - et donc augmenter l'indépendance des élèves, leur confiance en soi, etc. et réduire le nombre d'erreurs



Rayon
7 cm

Premiers espoirs quant à l'utilisation de la calculette à l'école

- Augmenter le goût pour les mathématiques en allégeant le poids du calcul
(usage essentiellement fonctionnel)
- Utiliser davantage des exemples du quotidien
 - pour que les mathématiques soient plus adaptées à la vie des élèves
 - et donc pour développer la motivation des élèves
 - aussi pour améliorer l'utilité réelle des mathématiques qu'apprennent les élèves (usage pédagogique)
- Contrôler le travail réalisé sur papier - crayon
(usage pédagogique)
 - utiliser la machine pour vérifier l'exactitudes des réponses trouvées à la main
 - et donc augmenter l'indépendance des élèves, leur confiance en soi, etc. et réduire le nombre d'erreurs

Les logiciels de calcul formel (et autres outils d'analyse mathématique) réalisent les procédures mathématiques routinières

OPPORTUNITES FONCTIONNELLES

Objectifs et puissance
Exécuter les algorithmes
rapide et précisément

Cela nous oblige à reconsidérer la place de chaque thème mathématique dans le programme.
Il y a à la fois de nouvelles opportunités et des obsolescences.

OPPORTUNITES FONCTIONNELLES

Objectifs et puissance
Exécuter les algorithmes
rapide et précisément

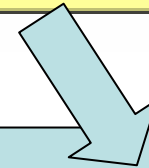
Nécessité de changer le programme

Les élèves n'auront pas à apprendre certains éléments du programme et ne seront pas obligés de travailler sur des problèmes très complexes (évolution du contenu)

Des outils puissants impliquent un changement dans l'évaluation

OPPORTUNITES FONCTIONNELLES

Objectifs et puissance
Exécuter les algorithmes
rapide et précisément

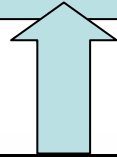


Nécessité de changer l'évaluation

Partant du principe que les outils
d'apprentissage, d'exécution et d'évaluation des
mathématiques doivent s'accorder entre eux.

Des outils puissants offrent des opportunités pédagogiques

Opportunités pédagogiques
Améliorer l'apprentissage des maths
ainsi que l'activité mathématique en soi.



OPPORTUNITES FONCTIONNELLES

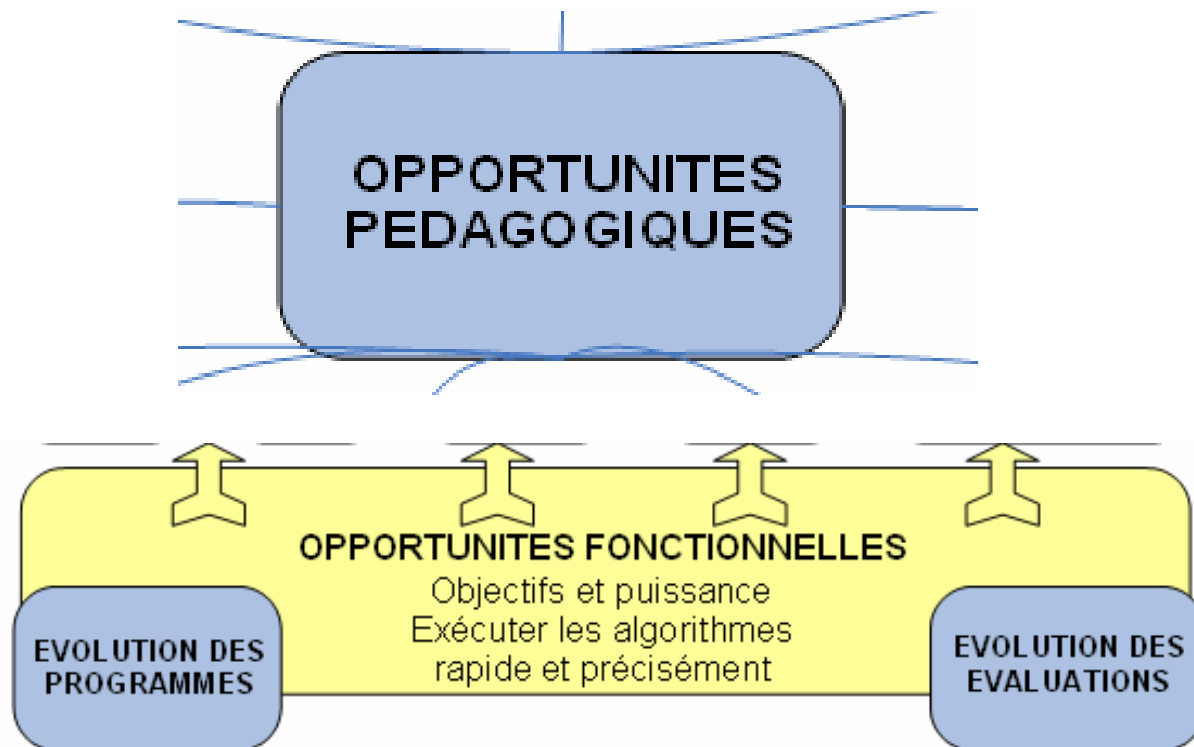
Objectifs et puissance
Exécuter les algorithmes
rapide et précisément

Evolution personnelle

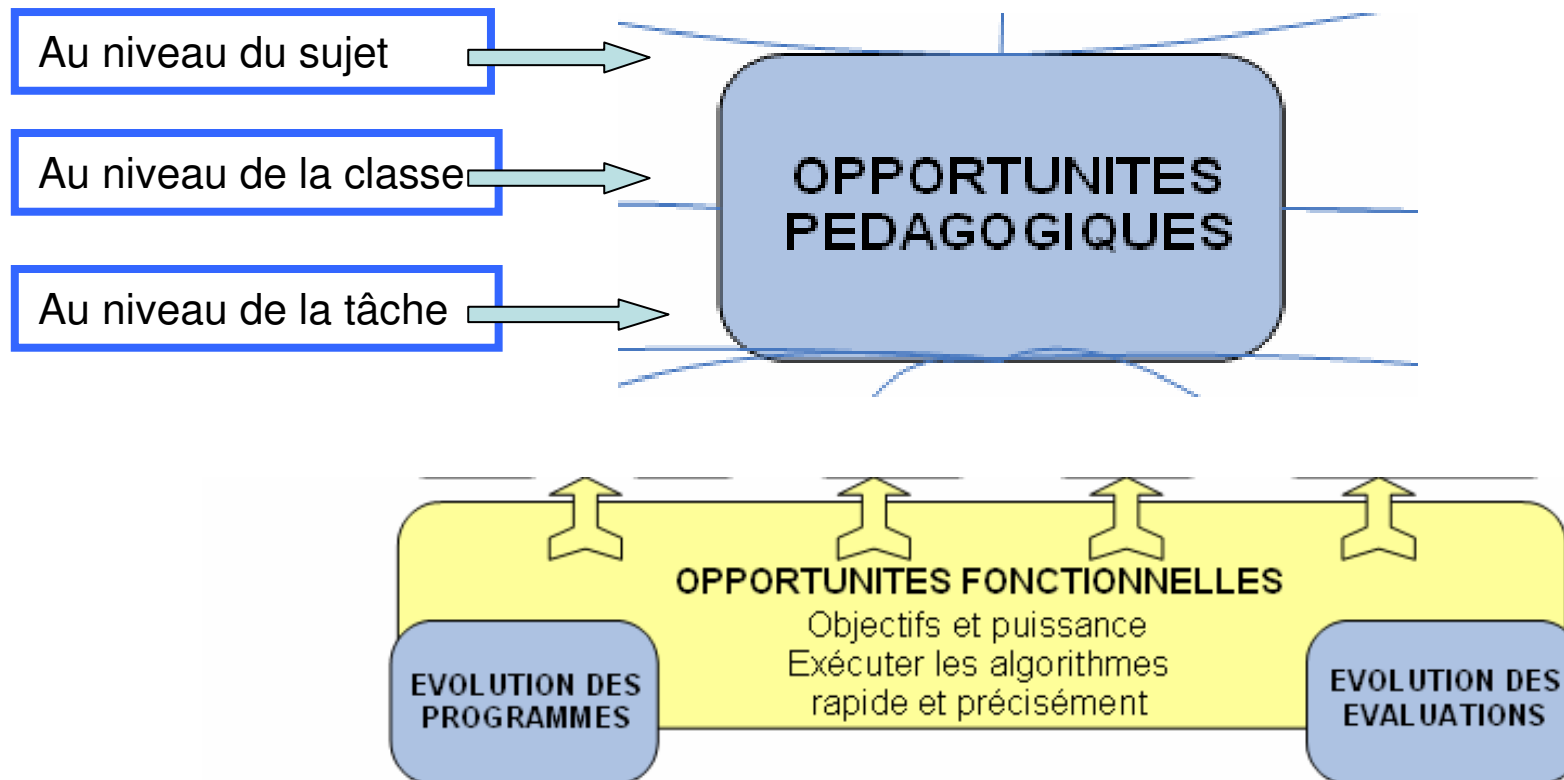
- L'équipe de recherche d'UniMelb * a commencé par prendre en compte l'usage **fonctionnel**
 - De la représentation graphique assistée par calculatrice/ ordinateur (1992)
 - Des tableurs et des progiciels statistiques
 - De l'algèbre symbolique (1998)
- Elle a ensuite considéré son impact sur le programme et l'évaluation (2001), en tenant principalement compte de son usage fonctionnel
- Puis progressivement, en collaboration avec les enseignants, elle a commencé à explorer les **opportunités pédagogiques**. (2002+)

*Mais les enseignants avec lesquels nous avons travaillé avaient différentes priorités et ne savaient pas vraiment ce que pouvaient faire les logiciels de calcul formel

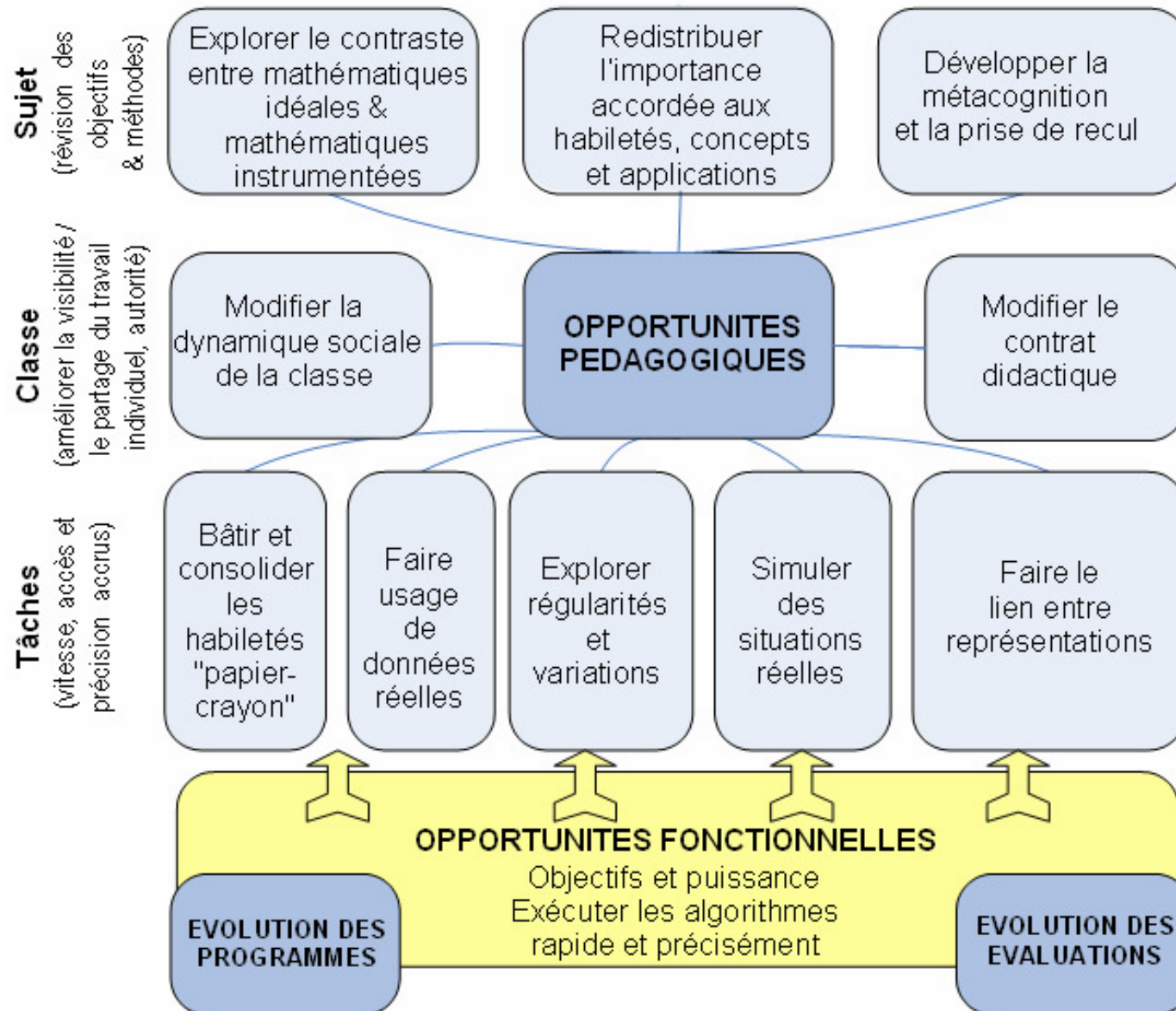
Aujourd'hui, nous nous intéressons aux opportunités pédagogiques, favorisées par la capacité fonctionnelle des logiciels de calcul formel



Il existe différents types d'opportunités pédagogiques



Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Quelles caractéristiques de la technologie qui influent sur les activités mathématiques ?

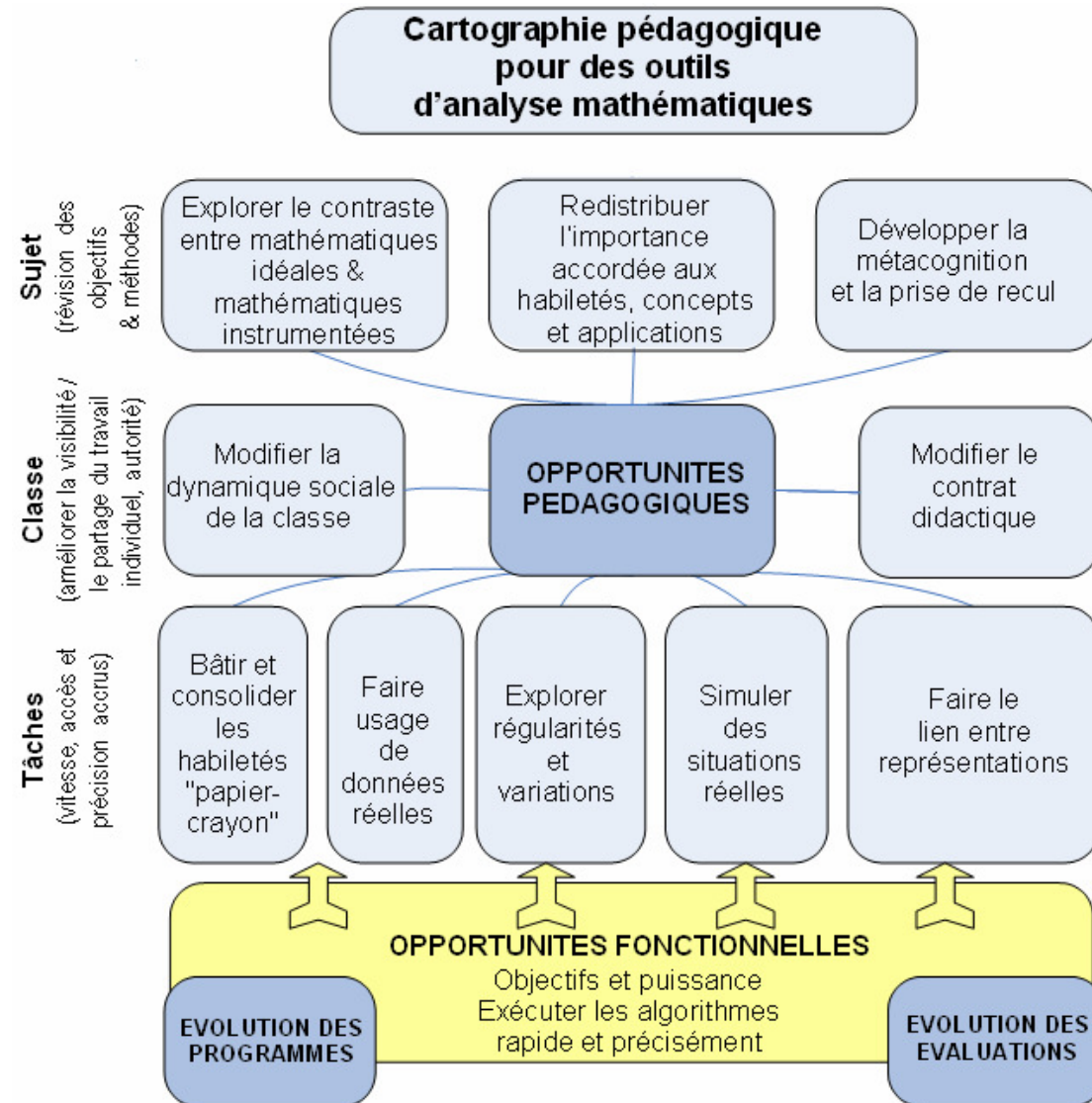


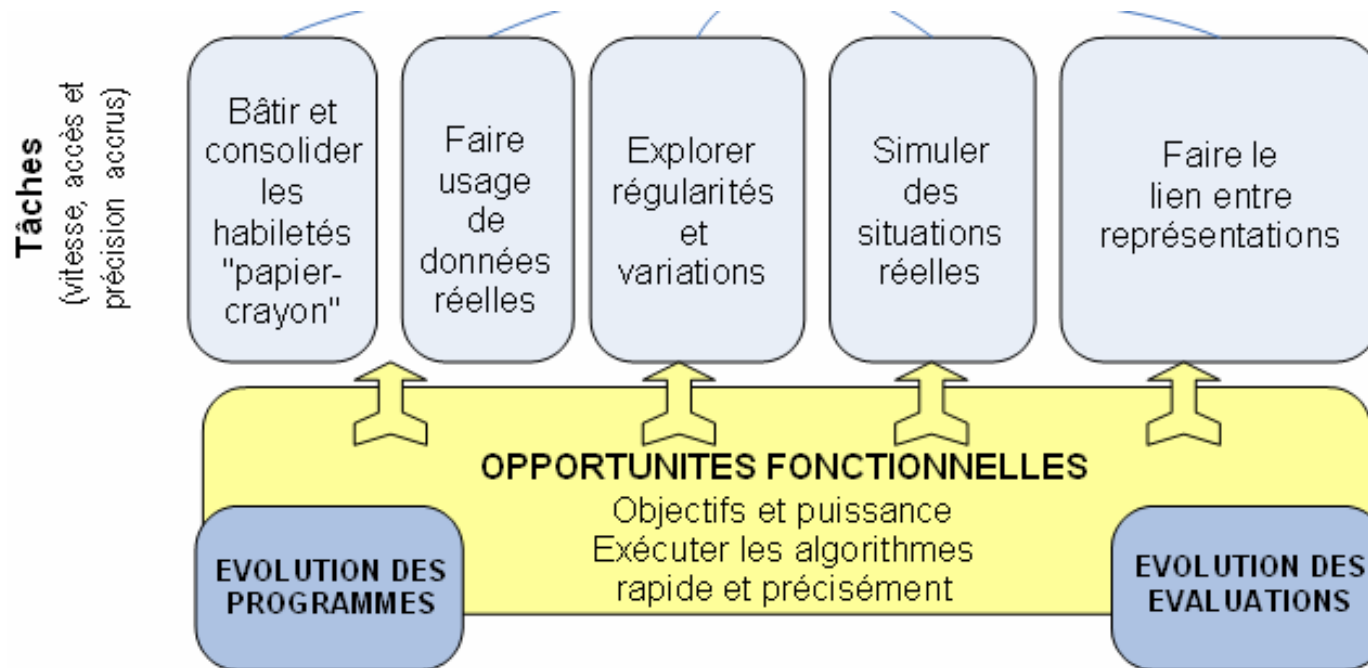
- Une vitesse accrue
 - Des calculs, des graphiques, etc. plus rapides
- Une exactitude garantie (si l'entrée est correcte)
 - De nombreux élèves ne parviennent pas à trouver des modèles parce que les données qu'ils ont produites à la main, sont fausses
- Un accès à davantage de ressources mathématiques
 - utiliser des formules inconnues (ex : utiliser la formule de régression du style « boîte noire »)
 - être capable de faire glisser une figure géométrique

Opportunités pédagogiques – Au niveau de la tâche

- Amélioration

- La vitesse
- L'accès
- L'exactitude

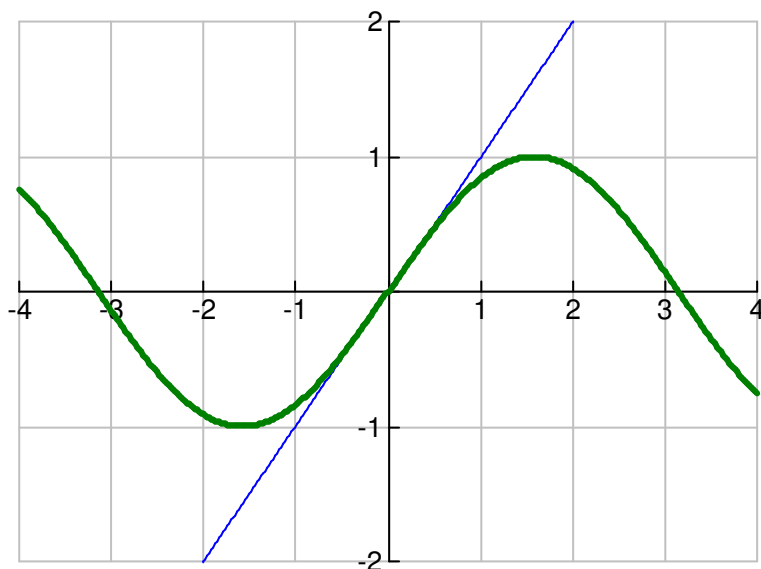




Explorer les régularités et variations

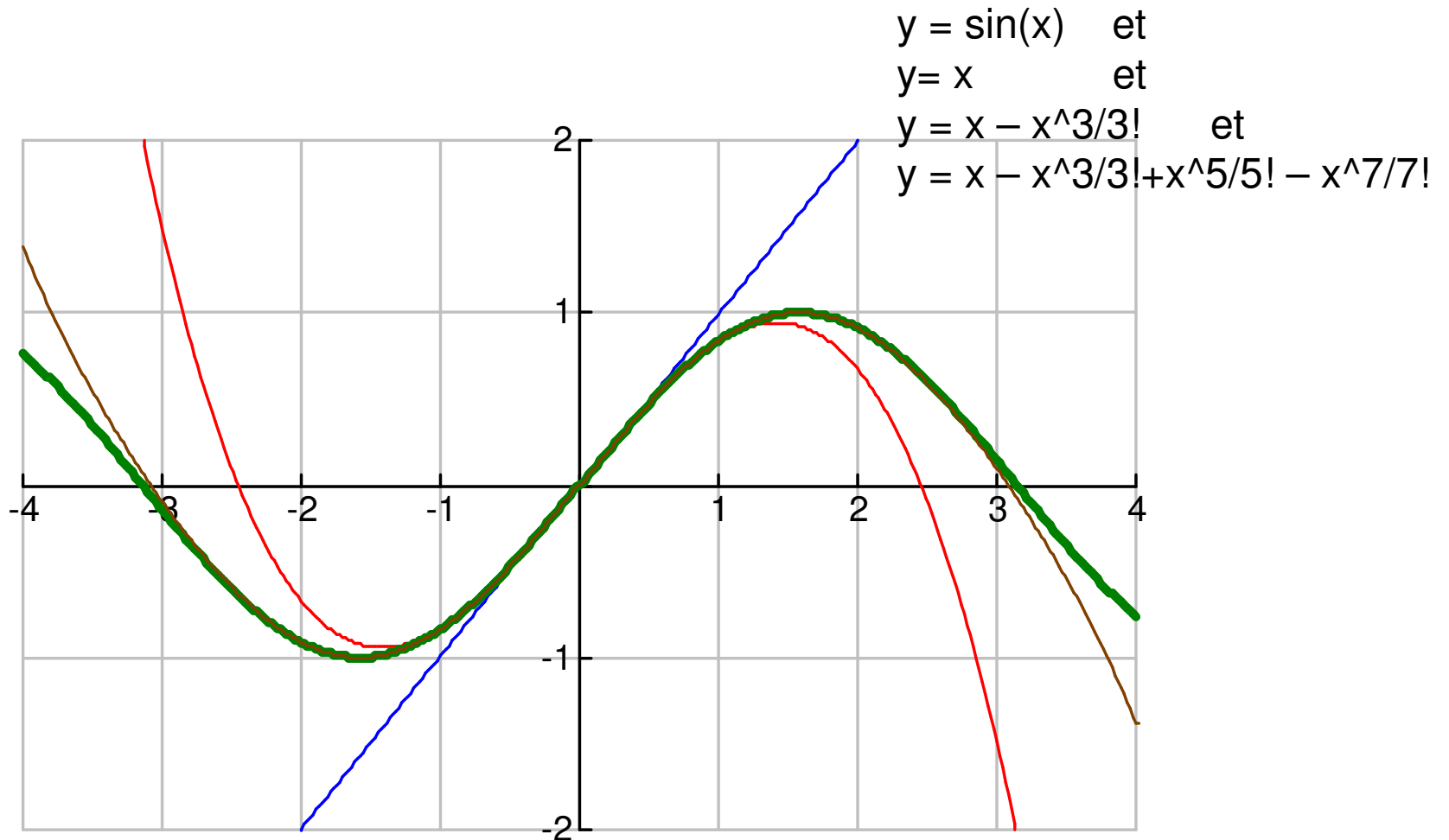
- Ceci est l'usage pédagogique le plus fréquemment observé dans les classes. Nous avons également eu l'occasion d'en voir plusieurs exemples tout au long de cette conférence 'Sharing Inspiration'.
- Exemples observés dans d'autres présentations de la conférence:
 - Construire le graphique de fonctions du second degré, en se servant de règles pour faire varier paramètres (ex. a, b, c dans $ax^2 + bx + c$) et voir les effets sur le graphique
 - Calculs (ex. factoriser des polynômes, nombres) pour cueillir des données dans l'optique de chercher des patrons qui reflètent des formules algébriques ou numériques.

Explorer régularités et variations

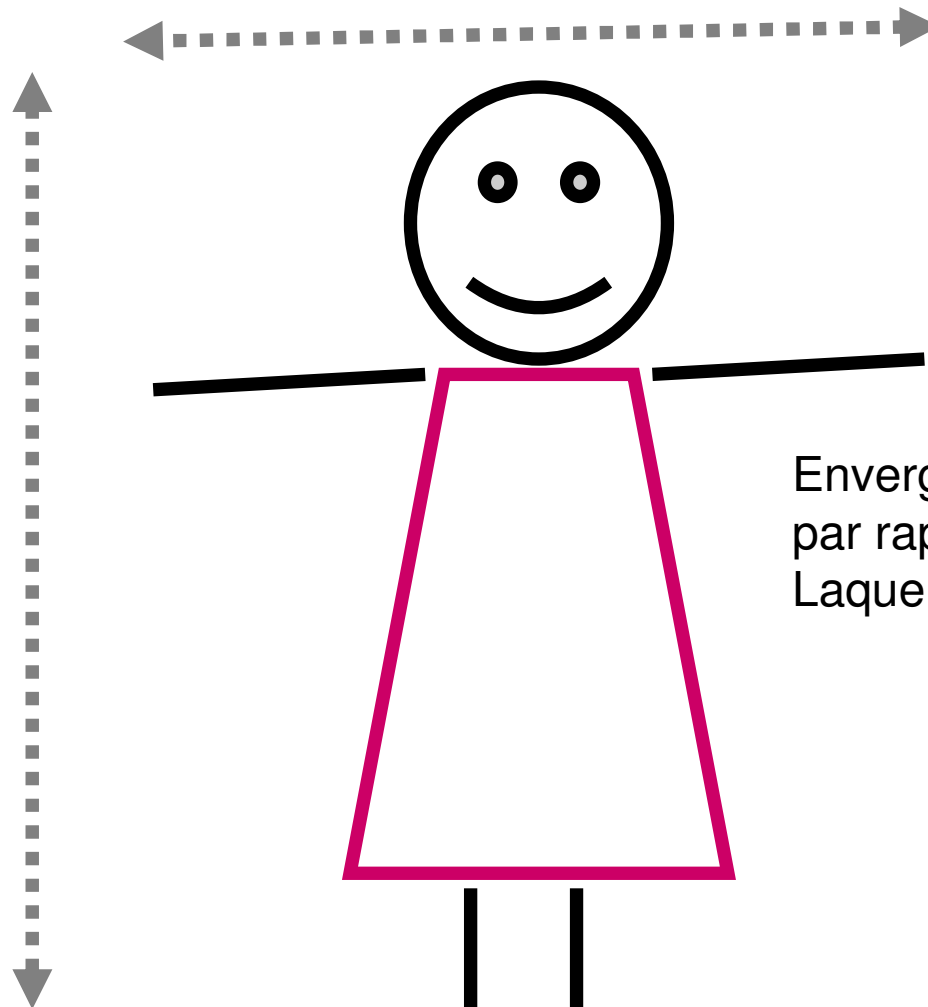


$$y = \sin(x) \text{ et } y = x$$

Explorer régularités et variations



Etablir le lien entre les représentations



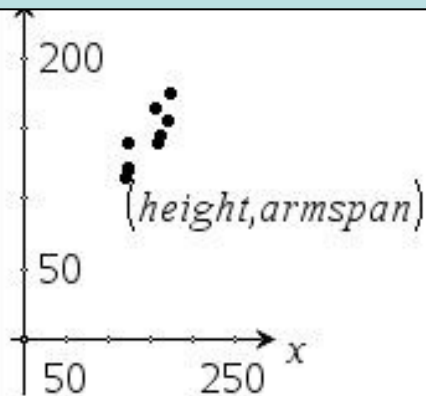
Envergure des bras
par rapport à la taille –
Laquelle est la plus grande?

Etablir le lien entre les représentations

Arm Span versus Height

$$H = 36.5 + 0.78A$$

Différentes représentations
mettent en évidence différentes
caractéristiques des données –
où est m , c dans chacune ?
 $y = mx + c$



	A	a...	B	(...	C	D	E
◆							
1	115		120				
2	122		125				
3	120		125				
4	140		125				
5	140		160				

A5 | 140

LinRegBx *armspan,height,1: StatMa**

"RegEqn"	"a+b*x"
"a"	36.519
"b"	.777949
"r ² "	.626743
"r"	.791671
"Resid"	"f(x) - y"
"XOut"	"x - a/b"

« boîte noire »
de régression

 s1 x ← height y ← armspan..

RAD AUTO REAL

1/99

Etablir le lien entre les représentations

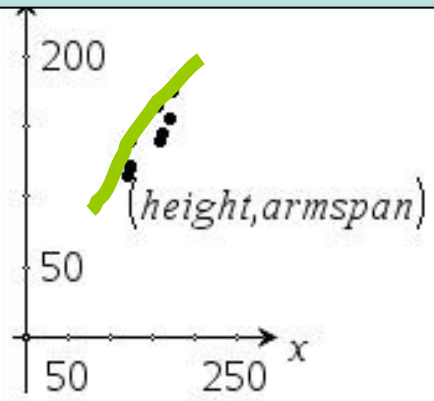
Arm Span versus Height

$$H = 36.5 + 0.78A$$

Pour m , les données doivent d'abord être ordonnées

Différentes représentations mettent en évidence différentes caractéristiques des données – où est m , c dans chacune ?
 $y = mx + c$

	A	a...	B	(...	C	D	E
1	115		120				
2	122		125				
3	120		125				
4	140		125				
5	140		160				



LinRegBx *armspan,height,1: StatMa**

"RegEqn"	"a+b*x"
"a"	36.519
"b"	.777949
"r ² "	.626743
"r"	.791671
"Resid"	"{...}"
"XOut"	"{...}"

s1 x ← height y ← armspan

Bâtir et consolider les habiletés « papier – crayon »

$3 \cdot x + 2 = 8$	$3 \cdot x + 2 = 8$
$[3 \cdot x + 2 = 8] - 2$	$[3 \cdot x = 6]$
$[3 \cdot x = 6]$	$[x = 2]$
$\frac{3 \cdot x = 6}{3}$	
$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$	$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$
$[\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5] \cdot 12$	$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60]$
$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60] - 3 \cdot x$	$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$
$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$	$[y = \frac{-3 \cdot (x - 20)}{4}]$
$\frac{4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x}{4}$	
RAD AUTO REAL	7/99

Assistant intelligent et
émotionnellement
neutre

Bâtir et consolider les habiletés « papier – crayon »

$3 \cdot x + 2 = 8$		$3 \cdot x + 2 = 8$
$[3 \cdot x + 2 = 8] - 2$		$[3 \cdot x = 6]$
$[3 \cdot x = 6]$		$[x = 2]$
$\frac{3 \cdot x = 6}{3}$		
$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$		$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$
$[\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5] \cdot 12$		$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60]$
$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60] - 3 \cdot$		$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$
$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$		$y = \frac{-3 \cdot (x - 20)}{4}$
$\frac{4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x}{4}$		
...		

Aider à acquérir de nouvelles habiletés, en favorisant la concentration sur la nouvelle partie (dans ce cas, stratégique)
OU
Compenser d'anciennes habiletés et connaissances inadaptées

RAD AUTO REAL 7/99

Bâtir et consolider les habiletés « papier – crayon »



Etudiant du premier cycle :

Je pense que le logiciel de calcul formel m'aide vraiment à apprendre de nouvelles choses, parce que lorsque je dois apprendre de nouvelles choses, si je les trouve difficiles, je peux utiliser DERIVE et parcourir les étapes. Avec plus de pratique et grâce à la fonction DERIVE qui les parcourt, je choisis moi-même et je me sens ensuite plus en confiance pour le faire sans aucune aide.

Utiliser des données réelles

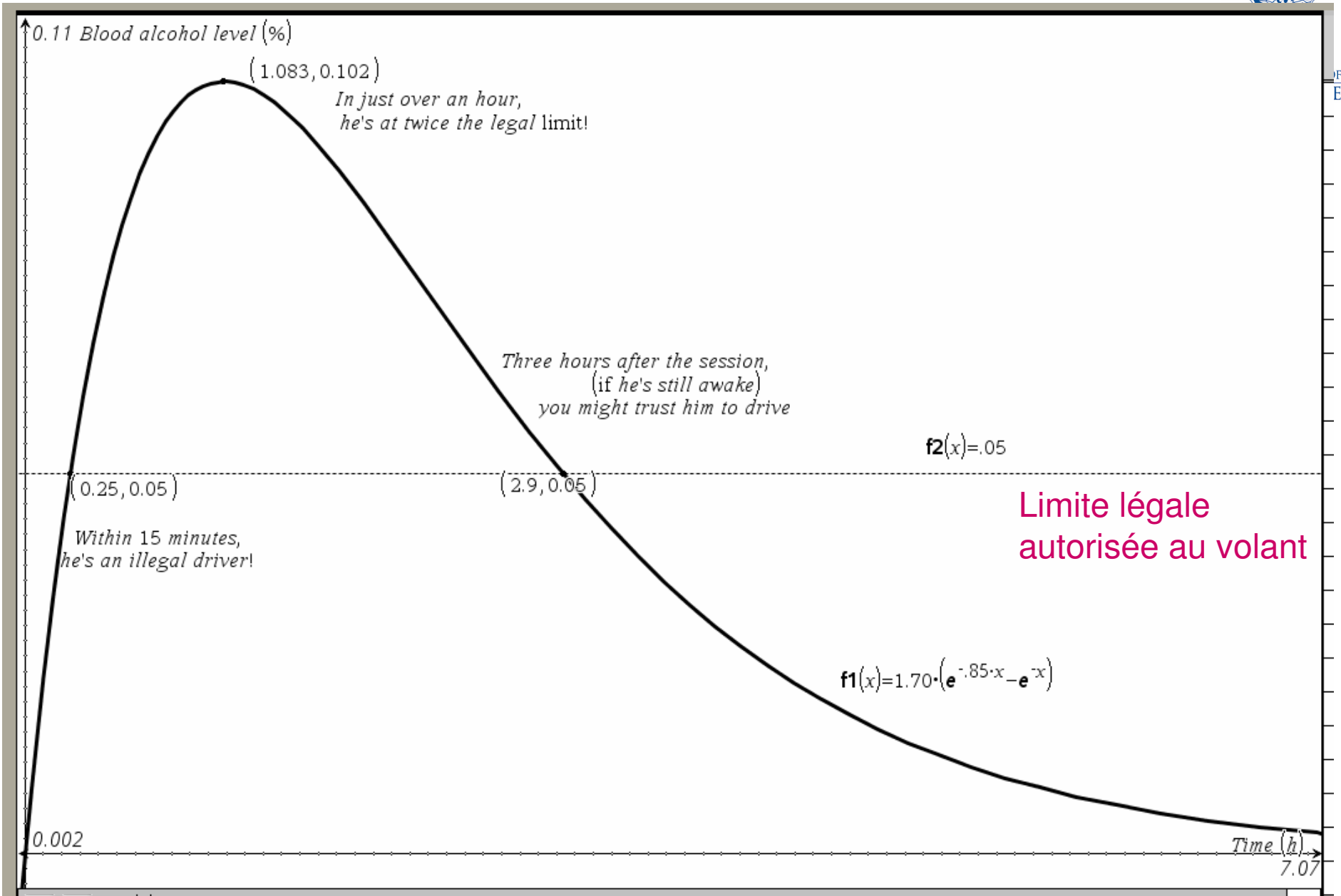
Modèle de la concentration, dans le temps, d'alcool dans le sang, d'un homme adulte buvant très rapidement 170 gm d'alcool. Le temps est indiqué en heures.

Oui – cela représente beaucoup d'alcool – l'équivalent d'environ 9 canettes de bière ou d'une bouteille et demie de vin.

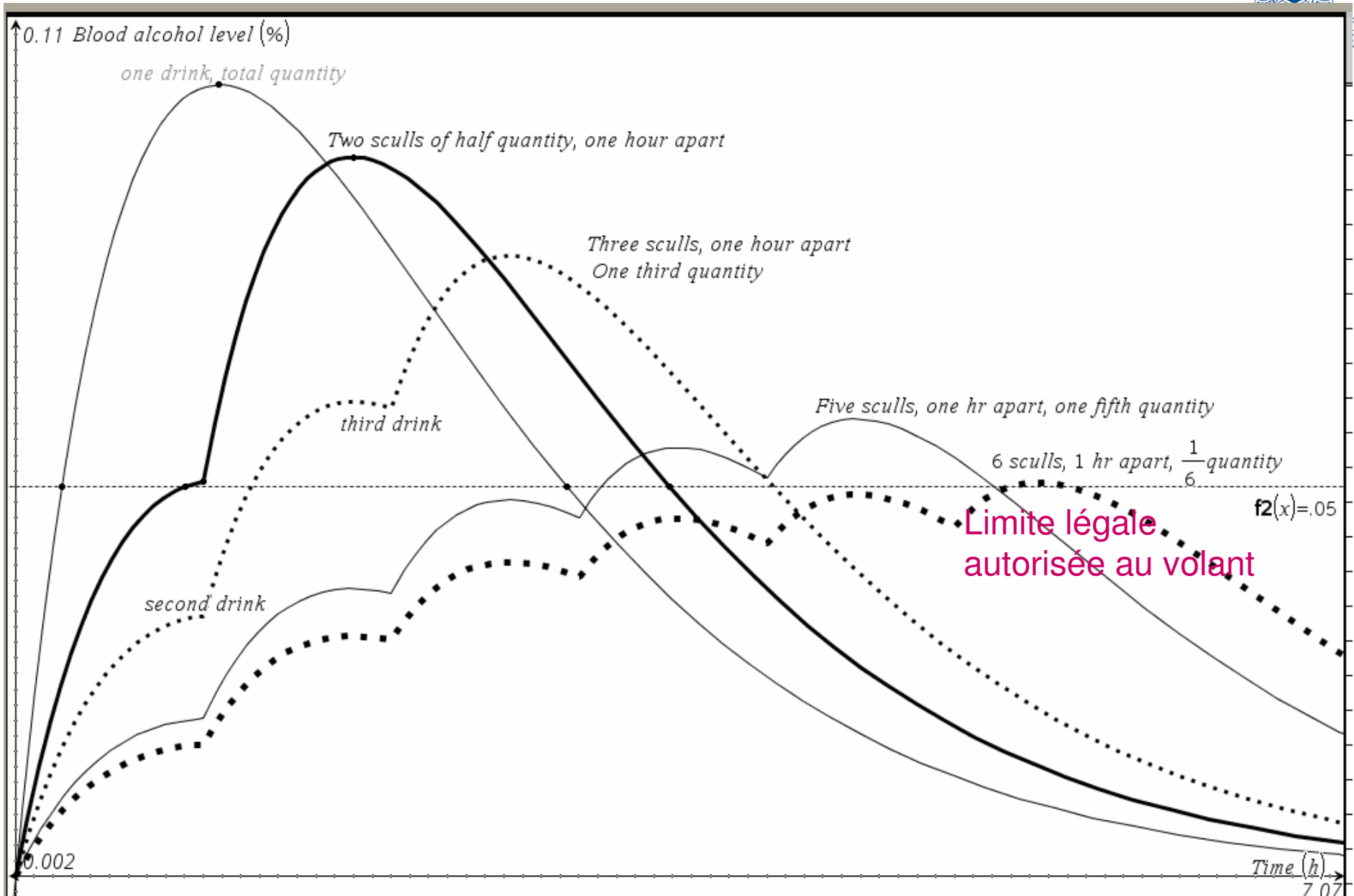
$$c(t) = 1.7 \cdot \left(e^{(-0.85 \cdot t)} - e^{-t} \right)$$

Qu'est-ce
que cela
signifie ?

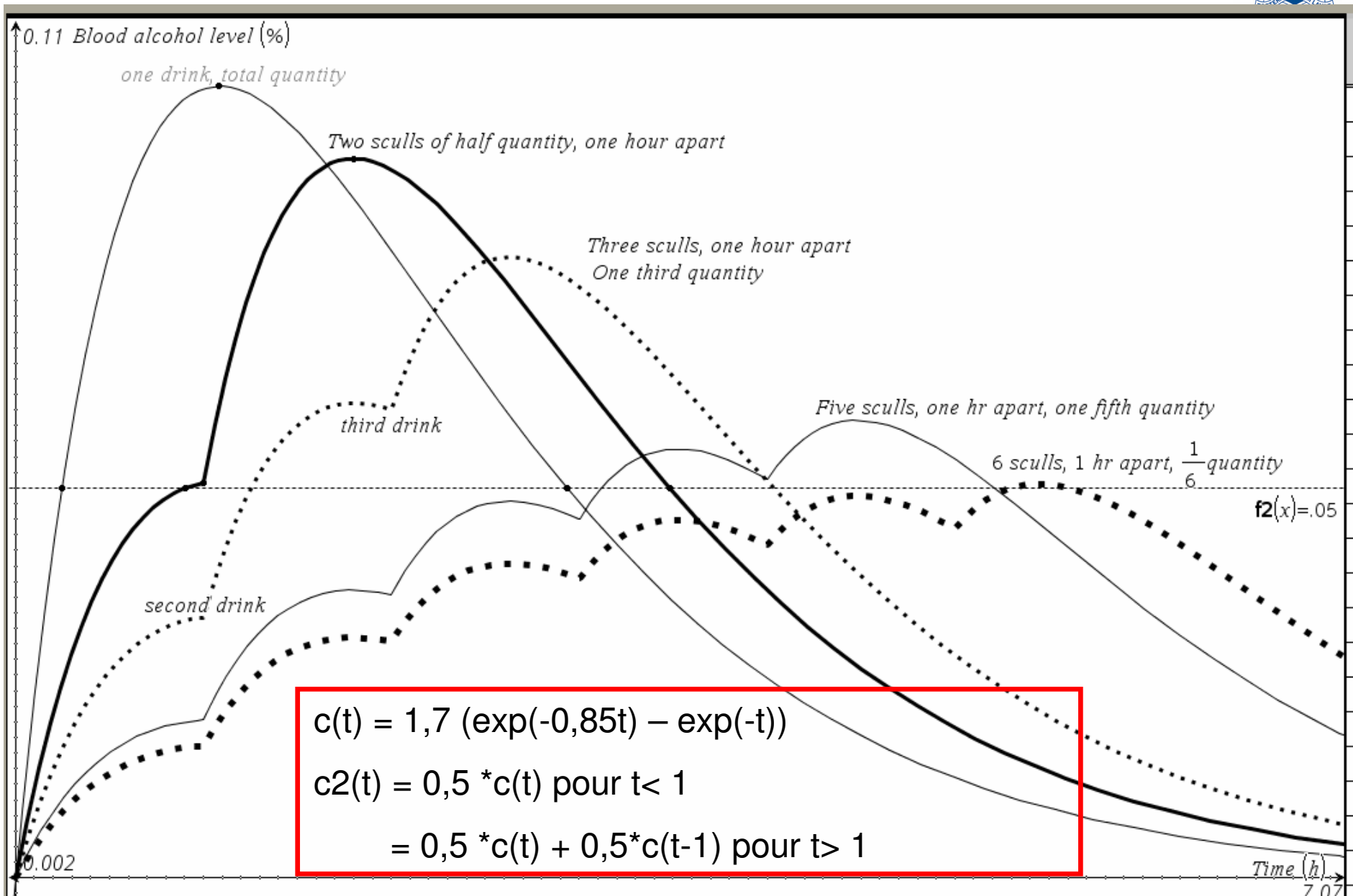
Qu'est-ce
que cela
signifie ?



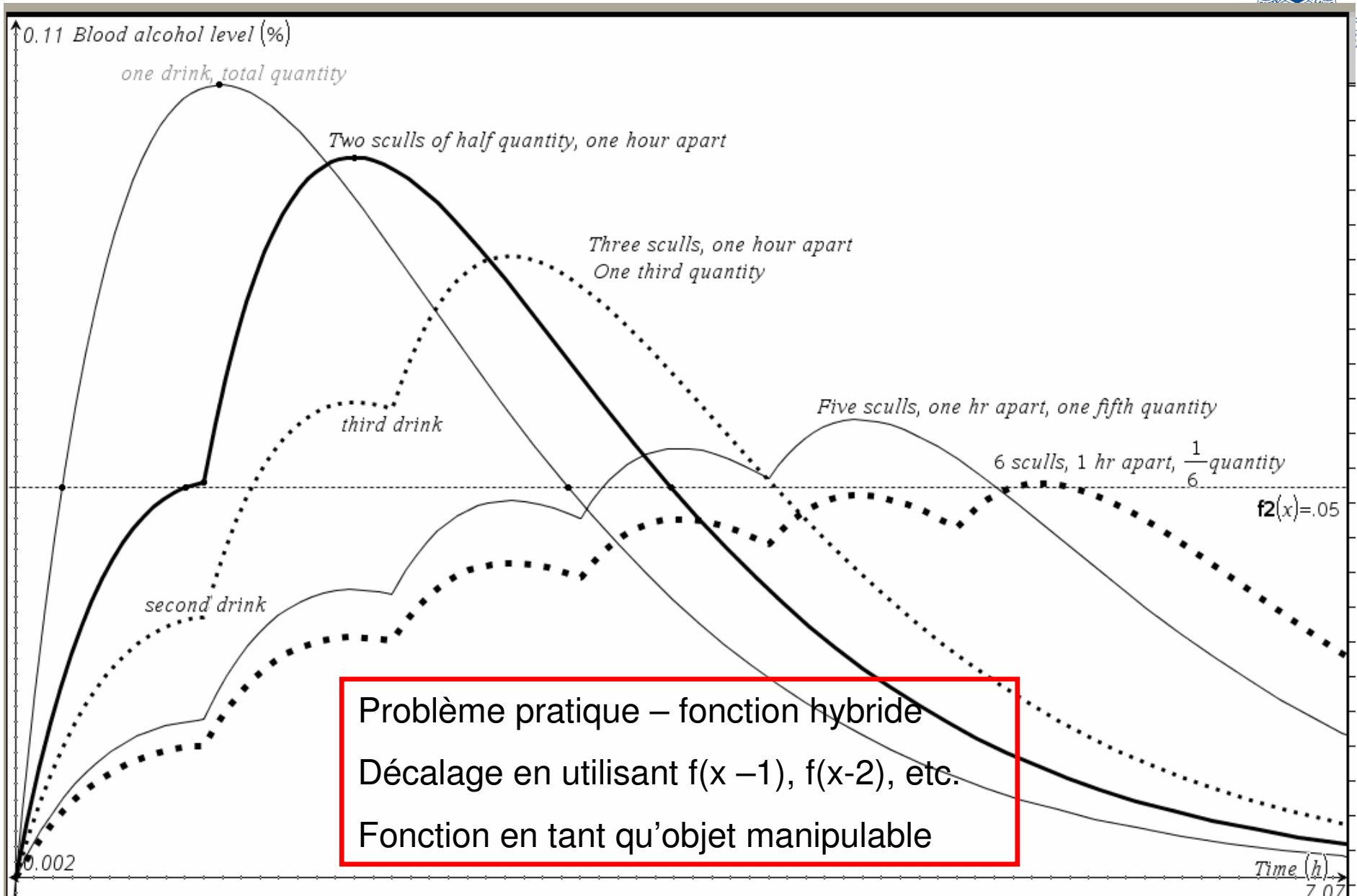
Mathématiques et éducation sociale



Mathématiques et éducation sociale



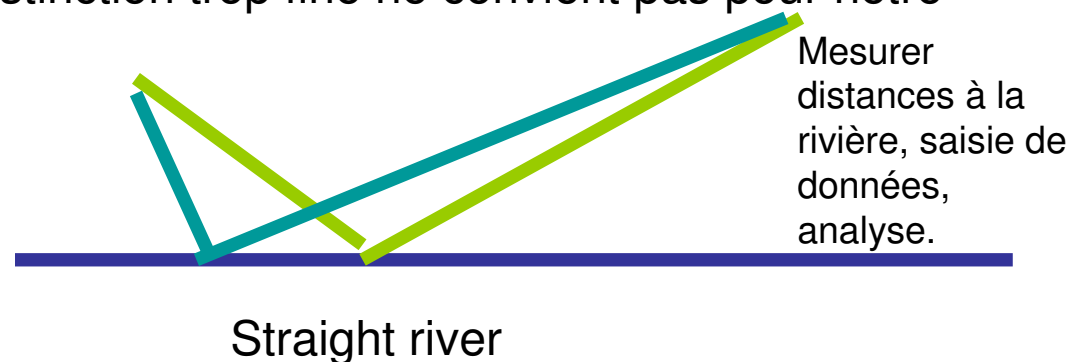
Mathématiques et éducation sociale



Problème pratique – fonction hybride
Décalage en utilisant $f(x - 1)$, $f(x - 2)$, etc.
Fonction en tant qu'objet manipulable

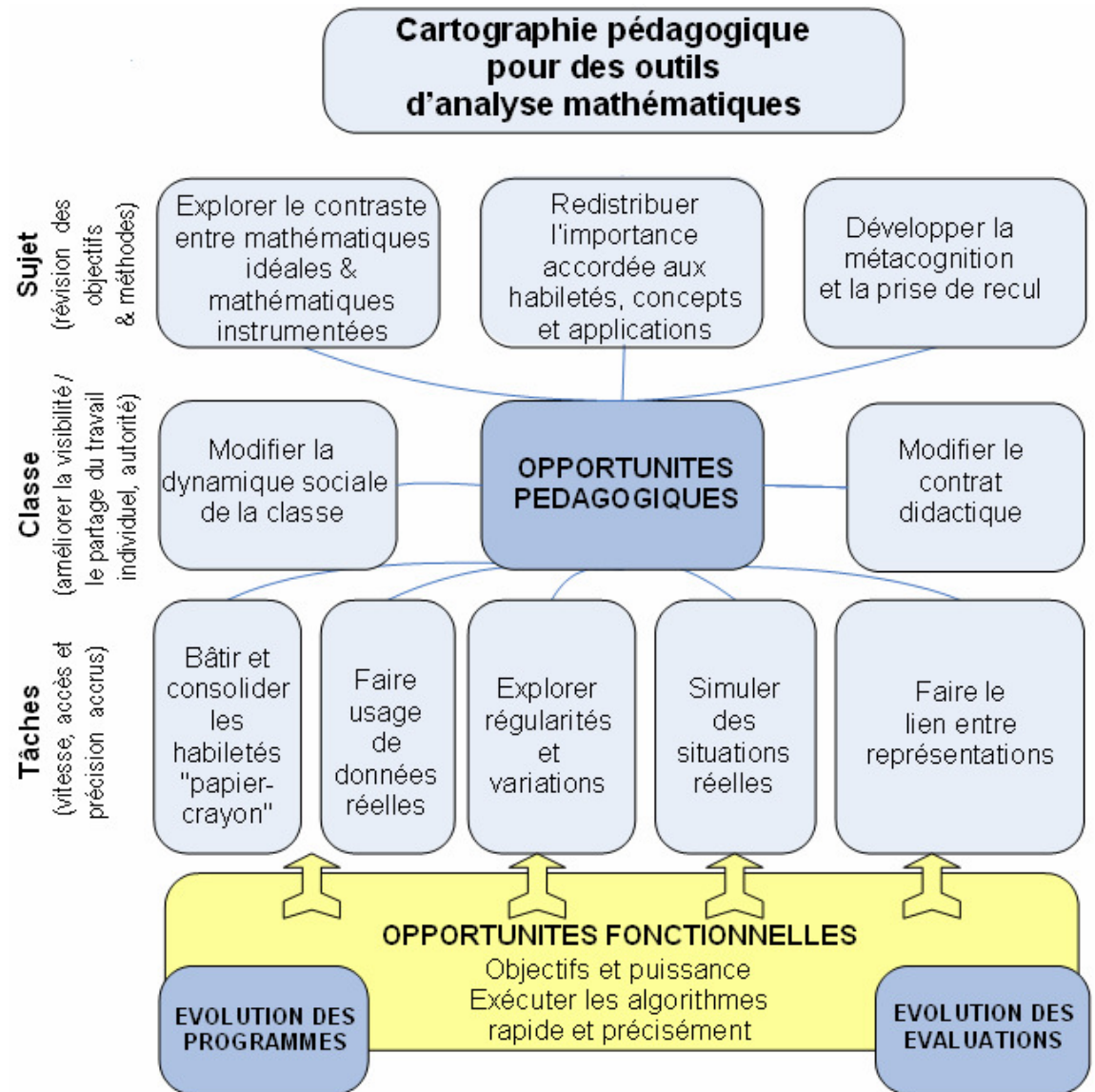
Simuler des situations réelles

- L'application de géométrie dynamique offre la possibilité de simuler des données de nombreux problèmes mathématiques ou réels. Plusieurs présentations de Sharing Inspiration en ont fourni des exemples (e.x. G. Aldon – où le cheval doit-il s'abreuver, B. Gasque – où doit-on placer la station service. D'autres exemples (pas encore convertis en fichiers .tns) sont disponibles sur le site RITEMATHS (http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/RITEMATHS/general_access/curriculum_resources/dynamic_geometry/index.shtml)
- La plénière présentée par Arzarello et Orbutti à Sharing Inspiration se réfèrent à ce type d'usage en tant que 'quasi-expérimental', le distinguant des types 'pragmatique' et 'épistémique'. Arzarello et Orbutti distinguent également la modélisation de situations internes aux mathématiques de celle de situations extra-mathématiques tel l'exemple du cavalier. Nous ne faisons pas de telles distinctions car il nous semble que les deux processus sont très similaires et cette distinction trop fine ne convient pas pour notre cartographie.

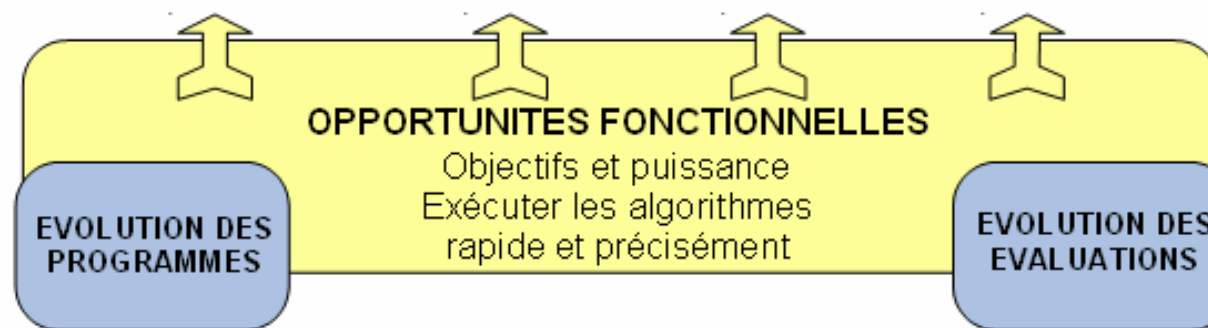
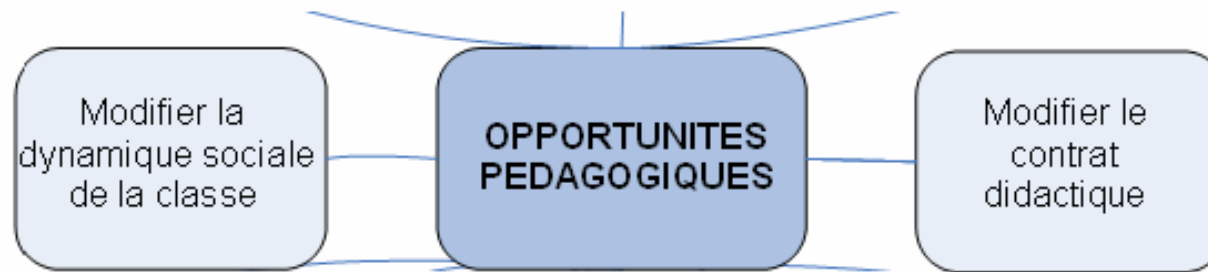


Opportunités pédagogiques – Au niveau de la classe

- Augmenter la visibilité et le partage du travail individuel
- Accès personnel à une autorité compétente



Classe
(améliorer la visibilité /
le partage du travail
individuel, autorité)



Modifier la dynamique sociale de la classe



THE UNIVERSITY OF
MELBOURNE

Modifier la dynamique sociale de la classe



Le travail des élèves
devient l'objet du débat

L'enseignant peut
« semer » des questions
et mettre en évidence
certaines caractéristiques

Une connectivité pour
bientôt ?

Modifier la dynamique sociale de la classe



Le partage de la technologie encourage le travail en groupe

L'assistant intelligent devient une autre autorité en classe, qui pose des questions que les élèves doivent explorer et leur fournit des casse-têtes qu'ils doivent résoudre

- Un autre membre de la classe ou du groupe
(« *que pense le logiciel de calcul formel ?* »)

Modifier le contrat didactique de la classe



Le logiciel de calcul formel une autre autorité mathématique dans la classe, parfois frustrante parce qu'elle « n'en fait qu'à sa tête »

« L'explosion des méthodes » permet d'accroître la contribution des élèves

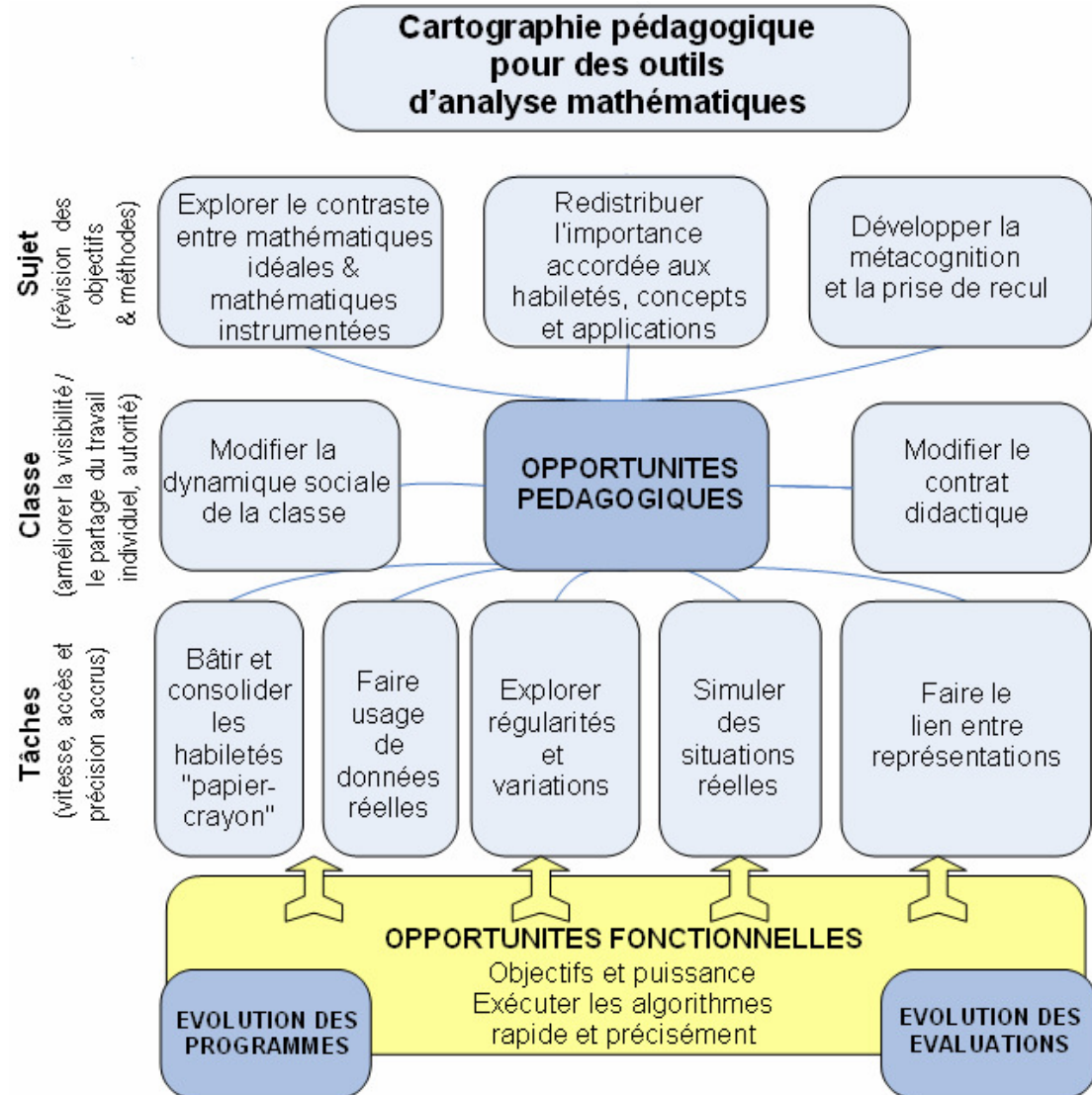
Favorise les élèves à devenir une source d'informations à partager (comme les autres sujets)

à propos des mathématiques

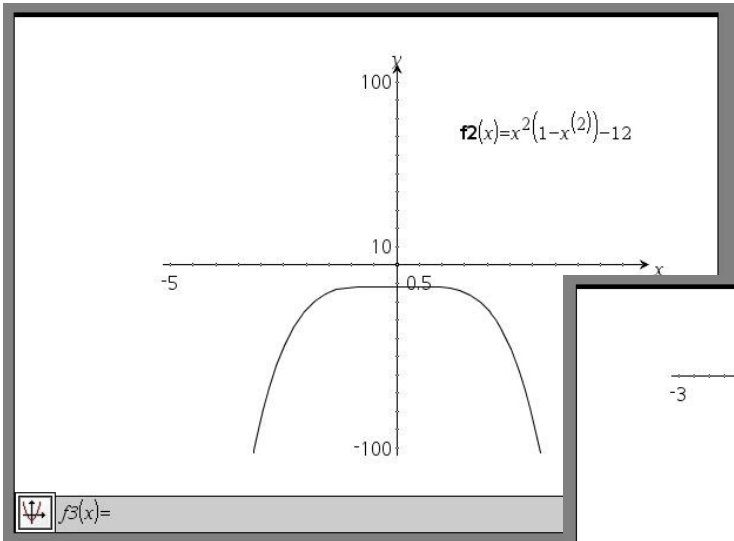
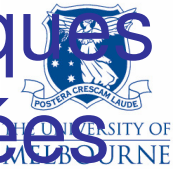
à propos de la technologie

Opportunités pédagogiques – Au niveau du sujet

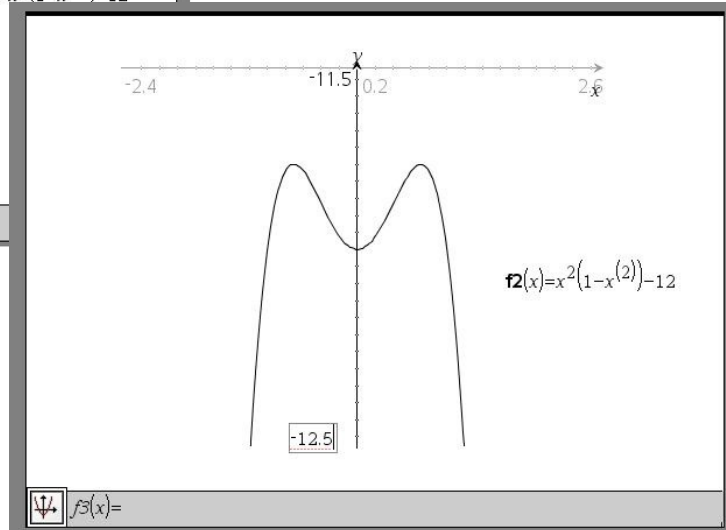
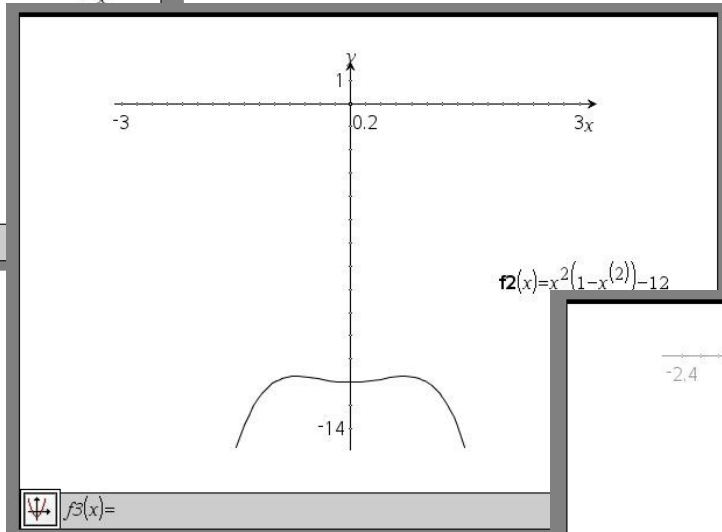
- Révision
 - Des objectifs
 - Des méthodes



Exploiter le contraste entre les mathématiques idéales et les mathématiques instrumentées

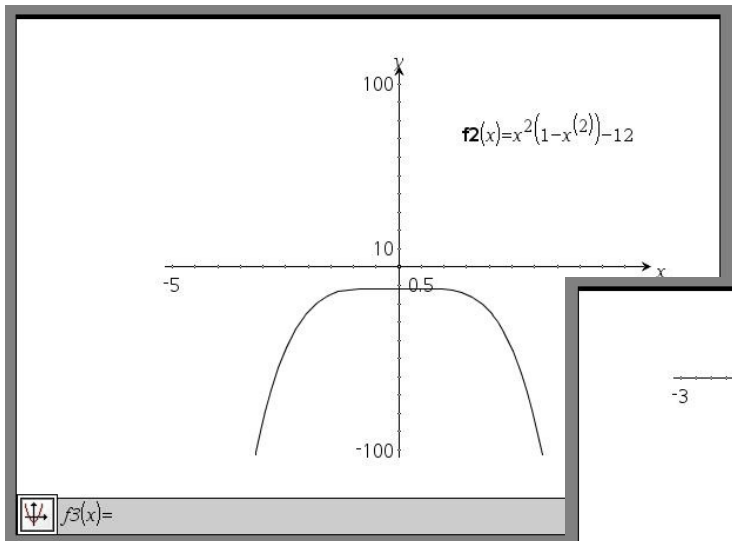


$$y = x^2(1-x^2) - 12$$

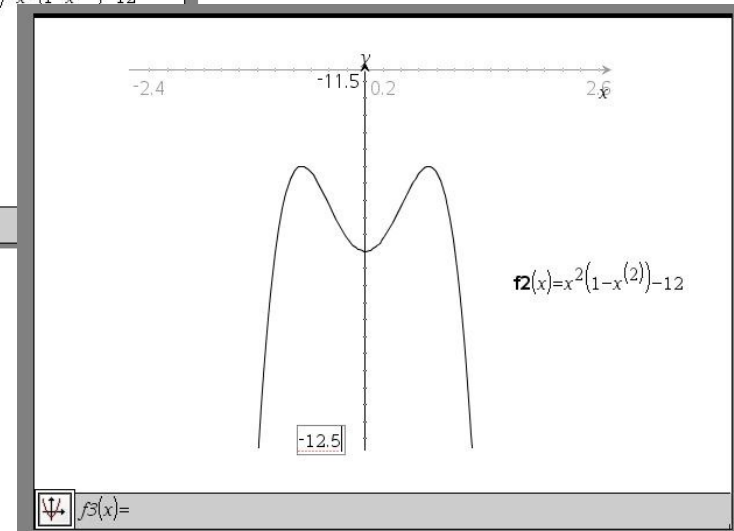
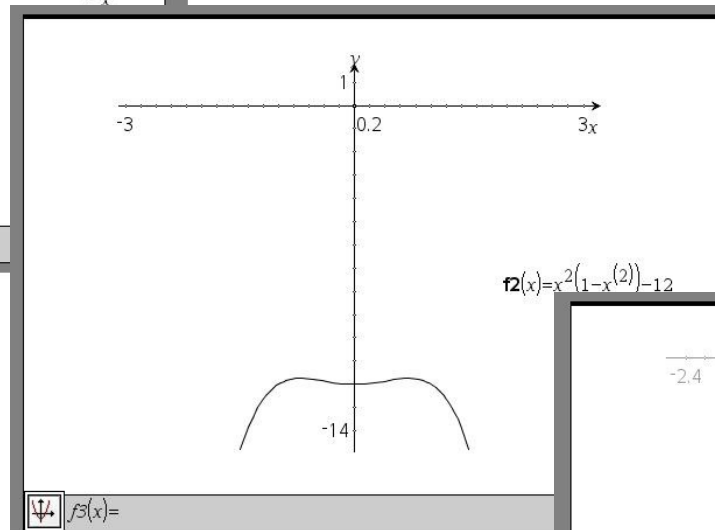


En utilisant généralement les limites et les anomalies

Exploiter le contraste entre les mathématiques idéales et les mathématiques instrumentées



$$y = x^2(1-x^2) - 12$$

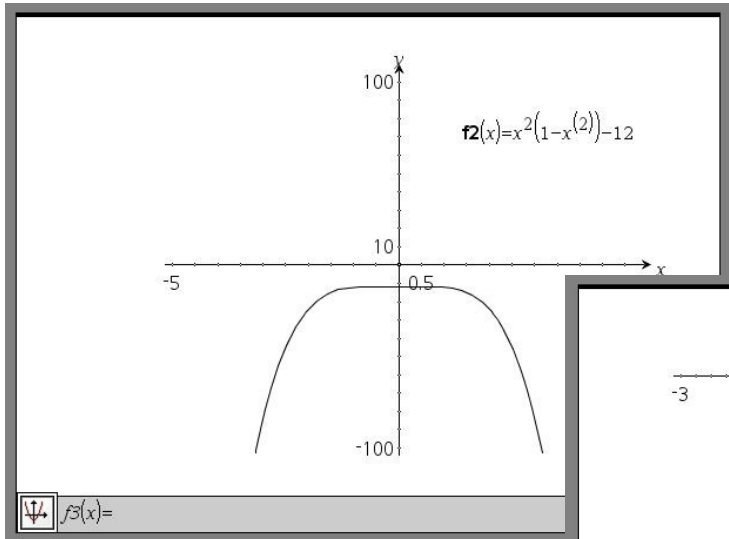


Obtenir une bonne image
d'une courbe :

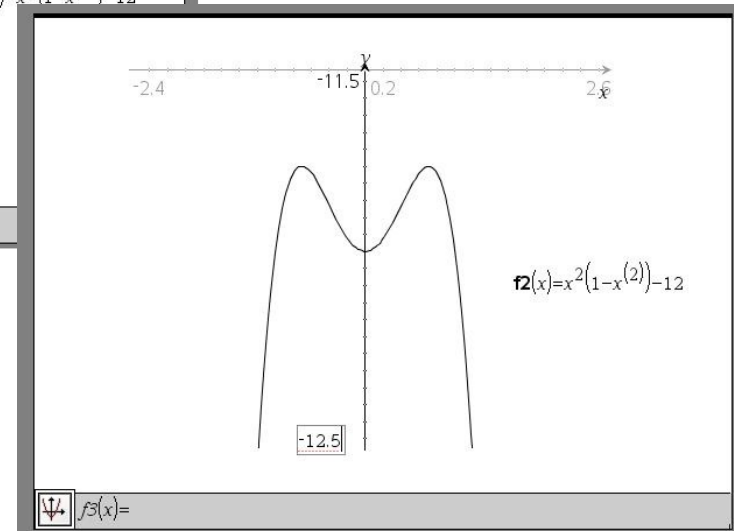
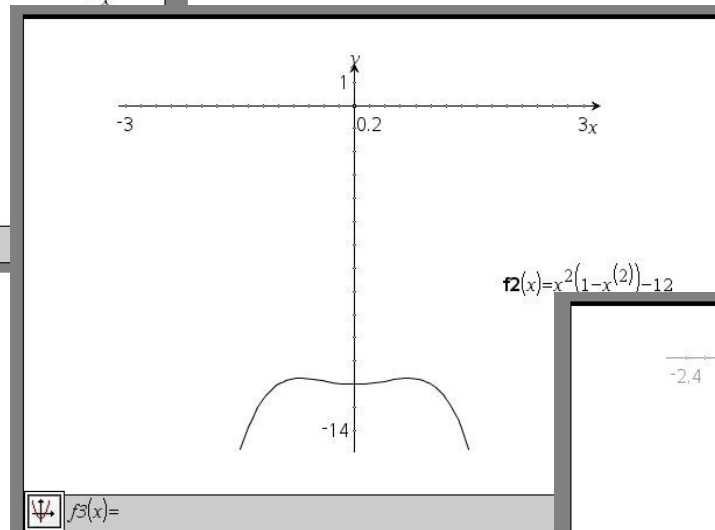
Zoomer pour trouver la
bonne fenêtre comportant
des caractéristiques
importantes

Interpréter les
asymptotes, les
discontinuités, etc.

Exploiter le contraste entre les mathématiques idéales et les mathématiques instrumentées



$$y = x^2(1-x^2) - 12$$



Obtenir une bonne image d'une courbe :

Zoomer pour trouver la bonne fenêtre comportant des caractéristiques importantes

Interpréter les asymptotes, les discontinuités, etc.

Ces choses deviennent plus simples sur les nouveaux modèles – perte d'opportunités ?

Exploiter le contraste entre les mathématiques idéales et les mathématiques instrumentées



Une anomalie permanente

$$x^m \cdot x^n \quad x^{(m+n)}$$

$$\frac{x^m}{x^n} \quad x^{(m-n)}$$

$$(x^m)^n \quad (x^m)^n$$

$$(x^5)^4 \quad x^{20}$$

$$(x^{-5})^4 \quad \frac{1}{x^{20}}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \sqrt{a \cdot b}$$

$(x^m)^n$	$x^{m \cdot n}$
$(x^3)^m$	$(x^3)^m$
$(x^3)^2$	x^6
$x^m \cdot x^n$	x^{m+n}
$\left(\frac{1}{x^2}\right)^2$	x
$\frac{1}{(x^2)^2}$	$ x $
$\frac{1}{((-1)^2)^2}$	1
$(-1)^{2 \cdot \frac{1}{2}}$	-1
\square	

RAD AUTO REAL 2/9

Développer la métacognition et la prise de recul



- Emmener les élèves sur un « tapis magique » afin qu'ils aient une vue d'ensemble d'un nouveau thème avant d'entrer dans les détails.
- Avoir une vue « macro » des mathématiques en regroupant un processus à plusieurs étapes sous une seule commande (ex : résoudre des équations linéaires).

Redistribuer l'importance accordée aux habiletés, concepts et applications

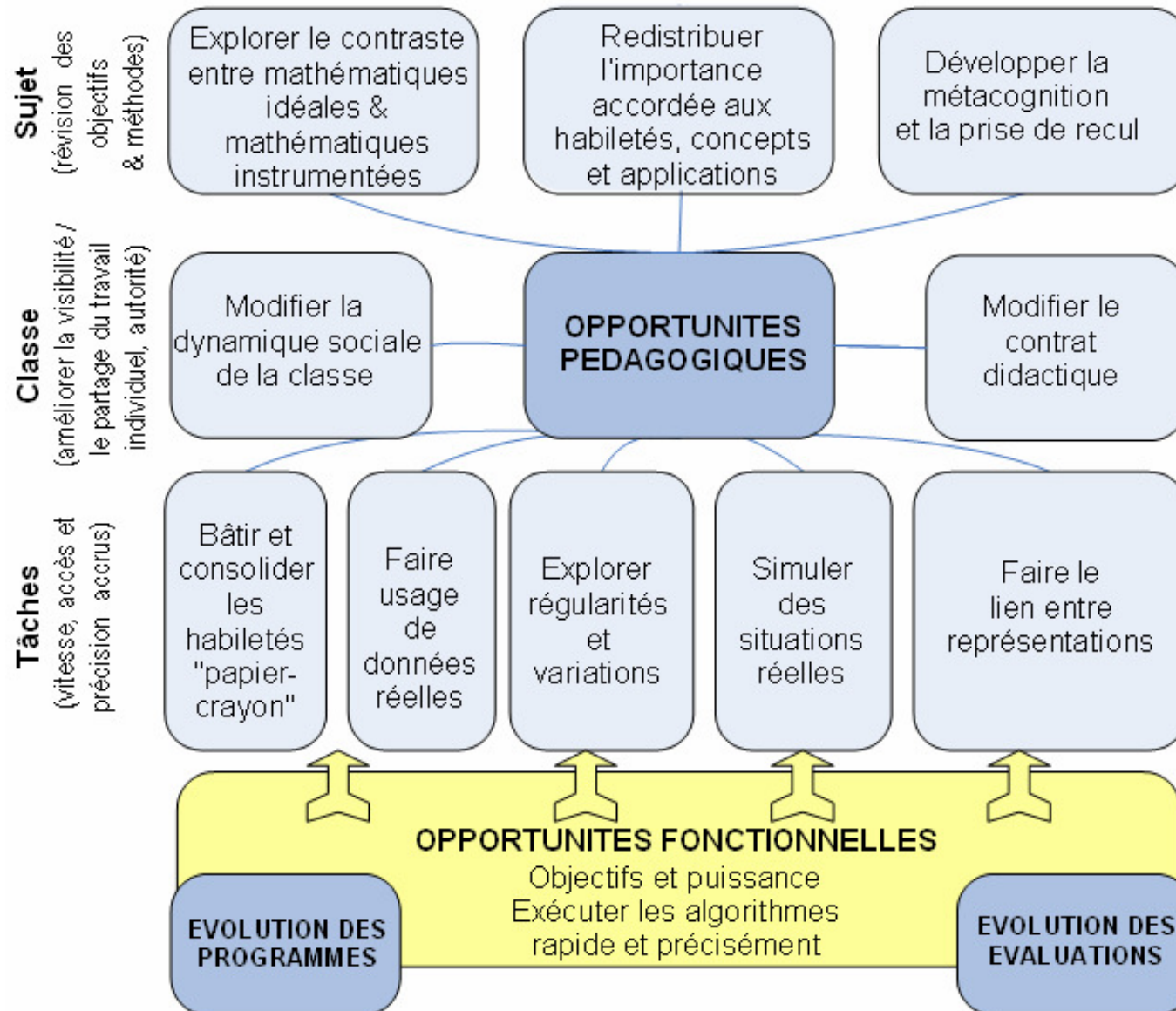


- Redistribuer l'importance accordée aux habiletés, aux concepts et aux applications dans la classe
- Heid (1989)
- Entreprendre la résolution des problèmes réels – bâtie et consolidée par des problèmes des logiciels de calcul formel
- Exemple : Utiliser simultanément des équations avant d'apprendre (toutes) les méthodes permettant de parvenir à une solution

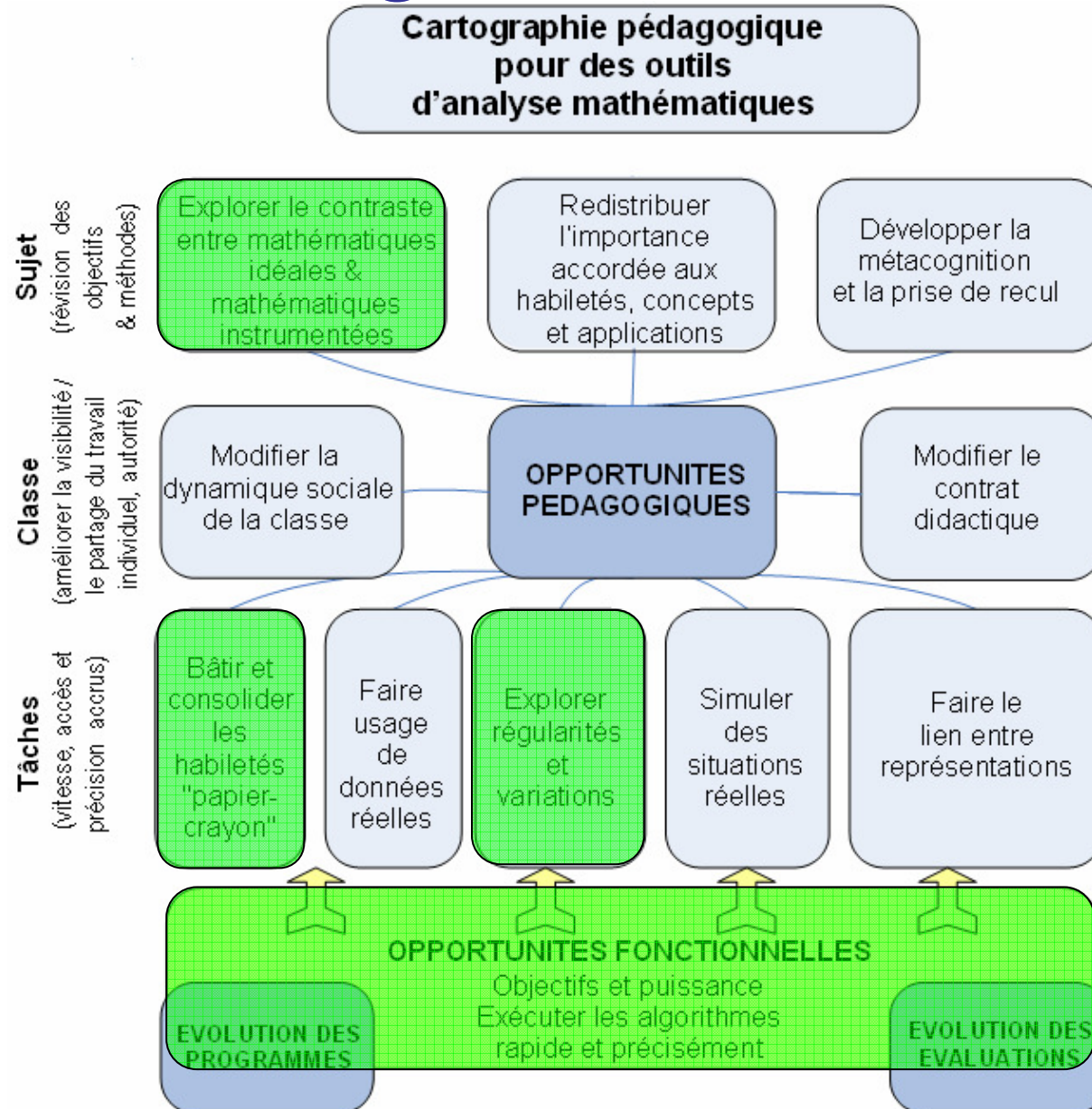
Cartographie pédagogique

exemples

Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Etlinger – calculette



Enseignant 1

Classique

Enseignement à des étudiants de premier cycle : fonctions, introduction de l'analyse, algèbre linéaire

Permet aux élèves d'explorer des problèmes plus réalistes

D'ABORD

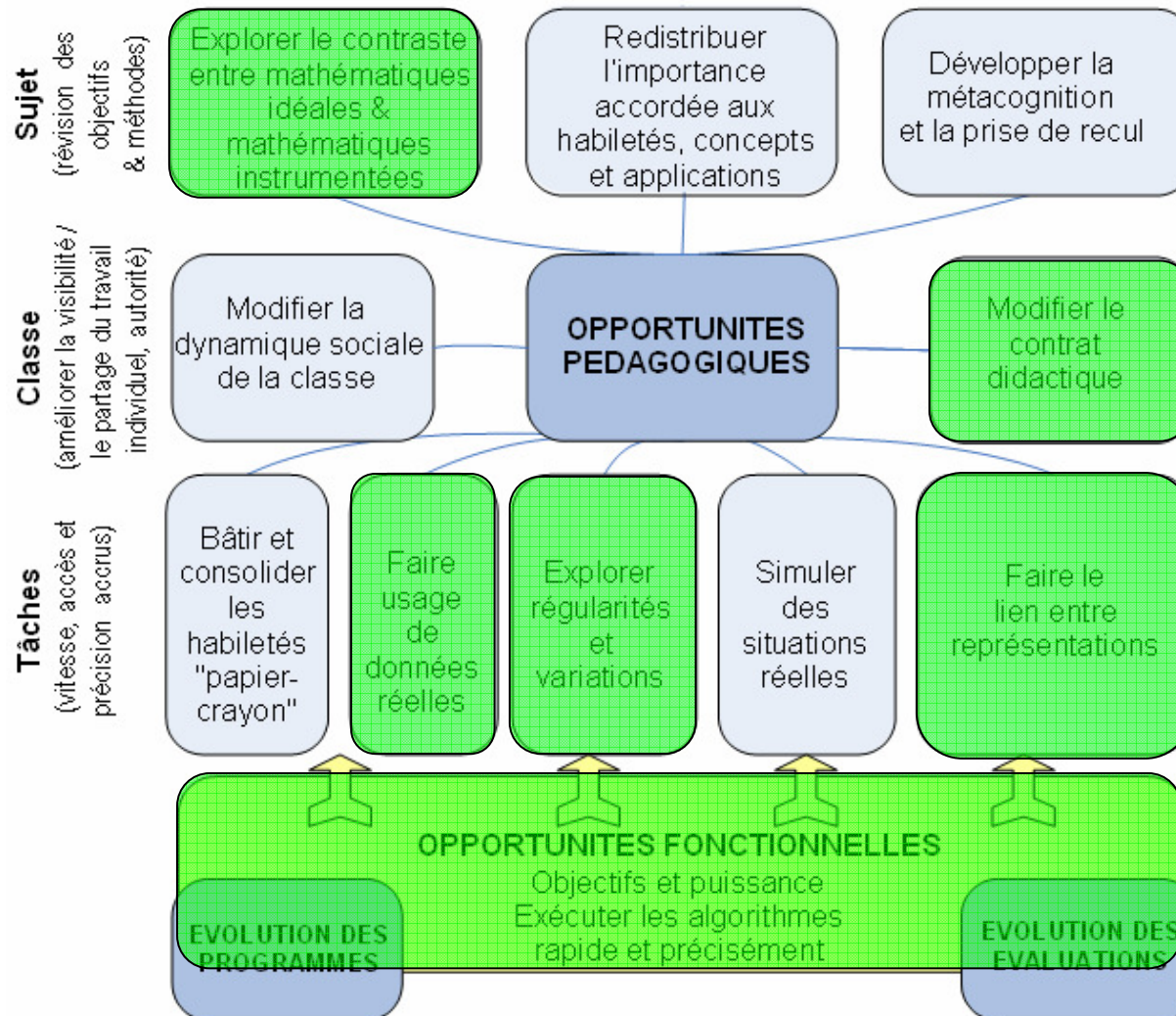
- Utilité des logiciels de calcul formel, essentiellement pour leur usage fonctionnel
 - La gamme de problèmes rencontrés est plus vaste
 - Les lacunes « papier – crayon » des personnes sont compensées
 - Enseignement habituel, développé grâce aux logiciels de calcul formel

ENSUITE

- Utilité des logiciels de calcul formel pour leurs opportunités pédagogiques
 - Explorer les représentations multiples
 - Faire varier systématiquement les paramètres des fonctions
 - Activités conçues autour des limites et anomalies afin de susciter la discussion
 - Encourager l'évolution de la dynamique de la classe, choix de différentes méthodes, les logiciels de calcul formel deviennent une autorité, découverte de résultats inattendus,

Classique

Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Enseignant 2

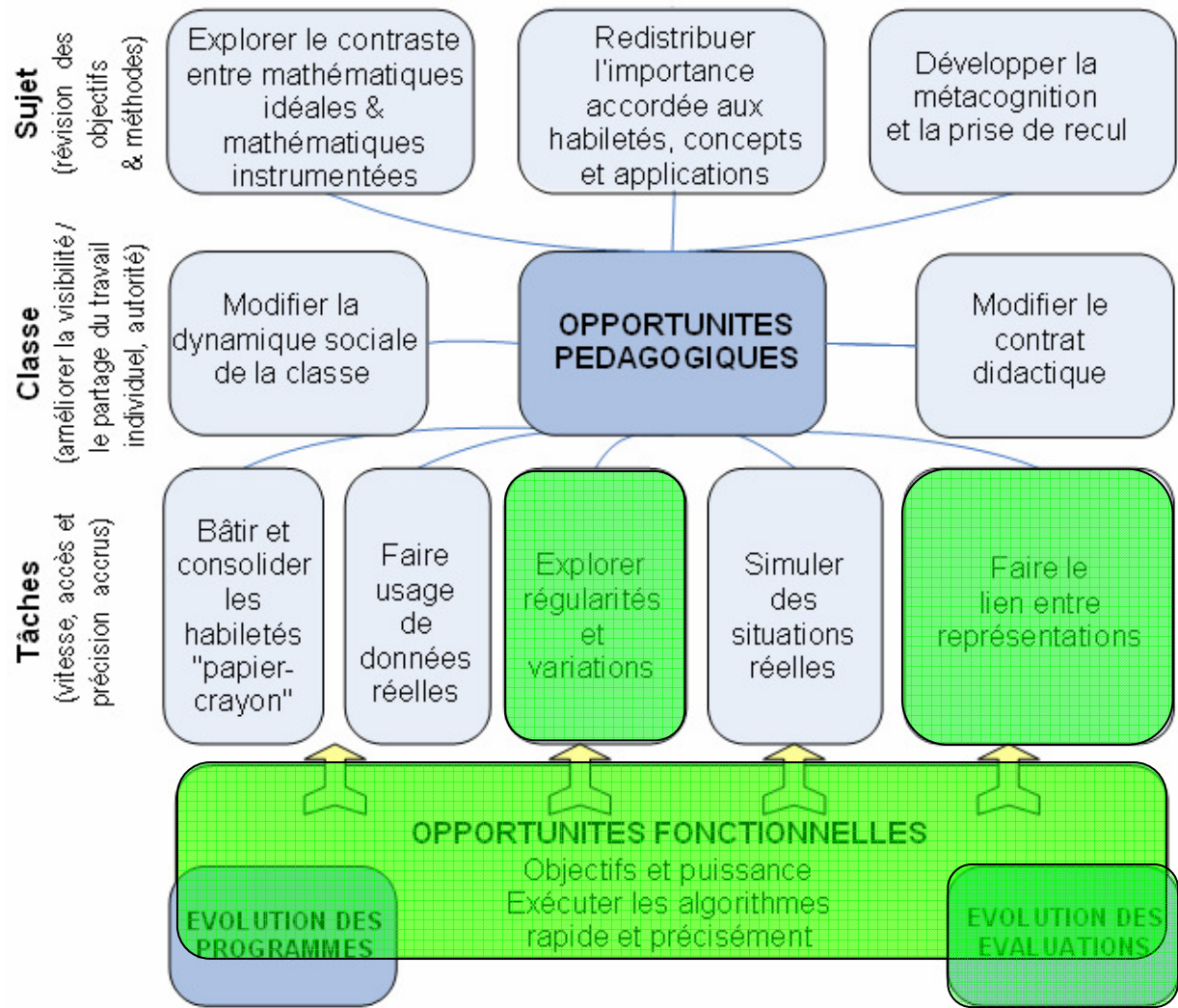
Progressif



- Fin du secondaire : programme fixe, avec une nouvelle évaluation qui autorise l'usage de logiciels de calcul formel
- Les logiciels de calcul formel s'avèrent utiles pour leur rapidité, pour la validation et les problèmes 'épineux'
- L'enseignant reste la source d'autorité intellectuelle
- Forte conviction d'enseigner sur « papier – crayon » d'abord puis reproduire à l'aide de logiciels de calcul formel
- Usage fonctionnel –rapidité et exactitude apprécié dans le cadre de l' évaluation

Progressif

Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Scénario de l'enseignant 3

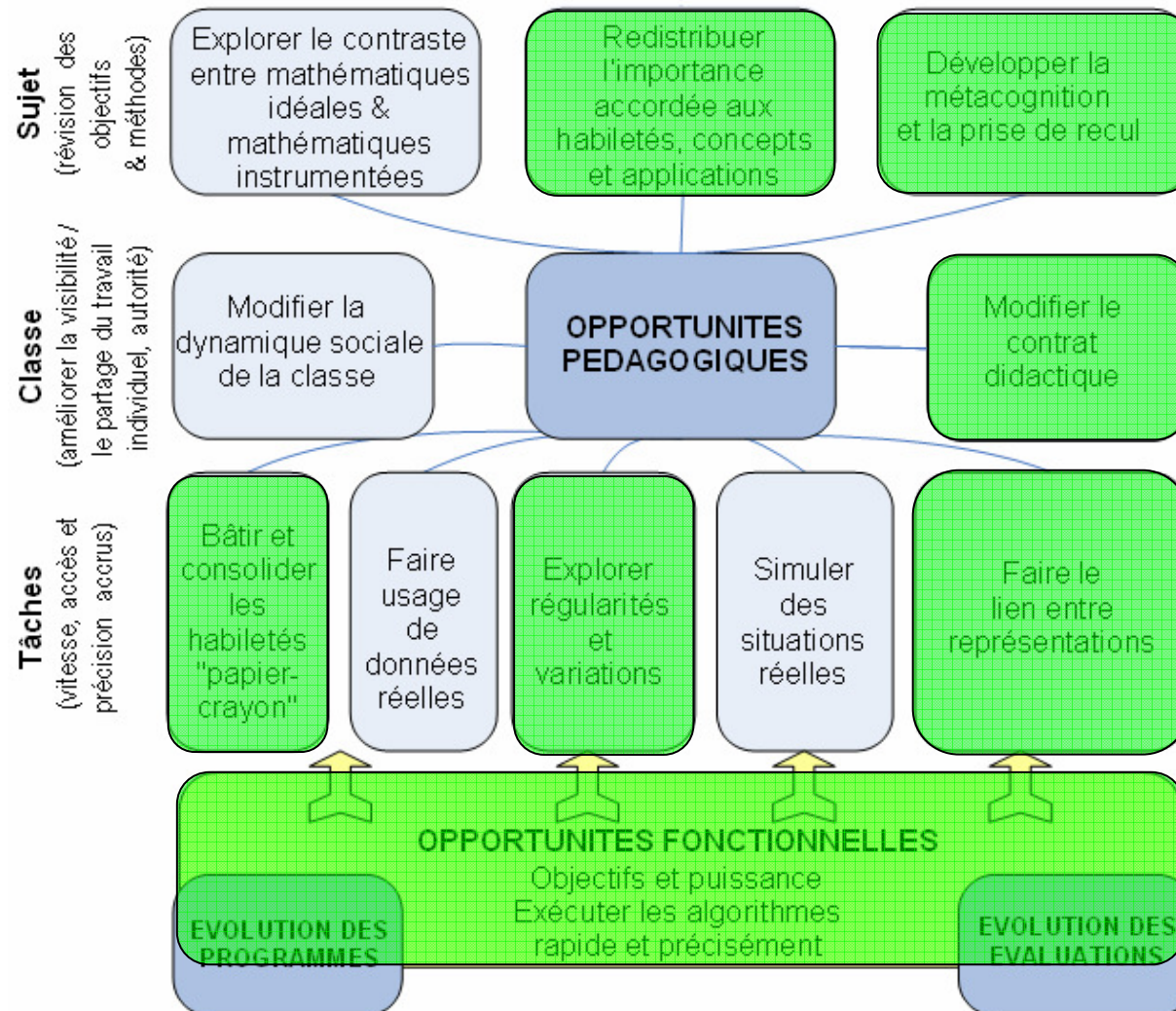
Radical



- Fin du secondaire : programme fixe avec une nouvelle évaluation
- Valorisation des opportunités pédagogiques
- Tour radical sur un tapis magique
 - prise de recul puis étude détaillée / étude détaillée puis prise de recul
- Modification du contrat didactique
 - Exploration par l'élève
 - Exemples multiples
 - Représentations multiples
 - Partage des élèves
 - conclusions
 - stratégies
 - Valorisation de l'explosion des méthodes
 - Existe-t-il une autre manière de le faire ?
 - Discussion sur les méthodes efficaces permettant de trouver la solution
 - L'enseignant est ravi par le choix individuel des élèves, en faveur d'un mélange d'enseignement sur papier-crayon et à l'aide de logiciels de calcul formel
- Valorisation des logiciels de calcul formel pour leur rapidité, la vérification et les problèmes 'épineux'

Radical

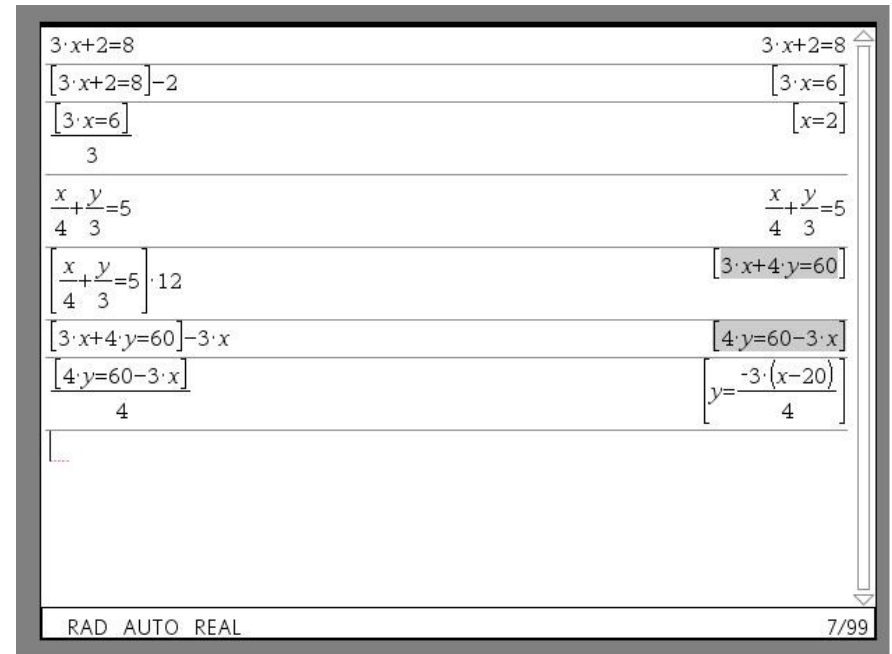
Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Scénario de l'enseignant 4

Conservateur

- Cycles intermédiaires du secondaire, évaluation interne, programme orienté mais flexible
- Objectifs de l'enseignant
 - Mieux enseigner le programme actuel
 - Encourager la participation de l'élève
- Usage des logiciels de calcul formel
 - Bâti et renforce l'apprentissage d'habiletés « papier – crayon »
 - Rend possible les représentations multiples
 - Favorise l'exploration des situations réelles



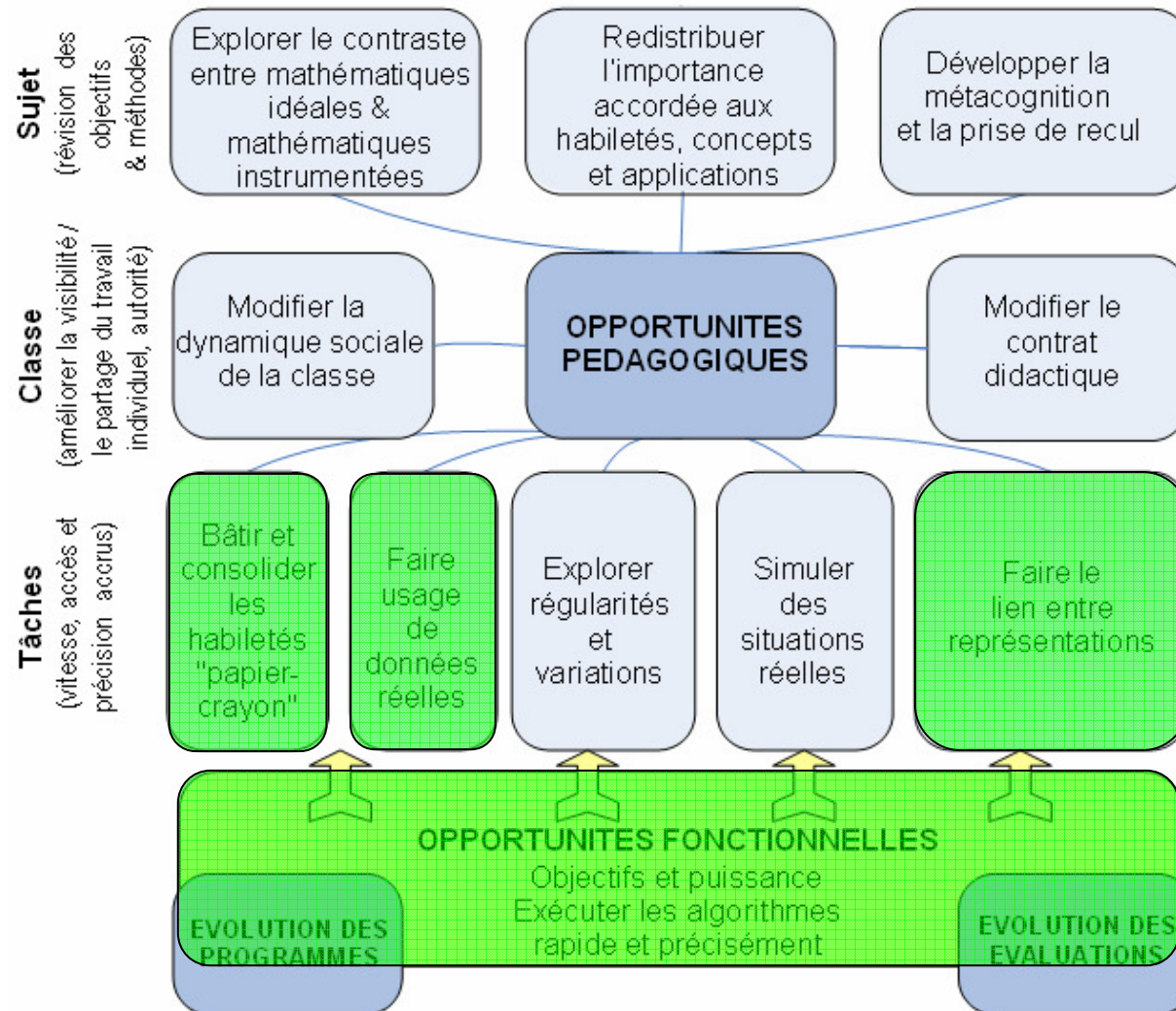
The screenshot shows a computer algebra system interface with the following steps:

$3 \cdot x + 2 = 8$	$3 \cdot x + 2 = 8$
$[3 \cdot x + 2 = 8] - 2$	$[3 \cdot x = 6]$
$[3 \cdot x = 6]$	$[x = 2]$
$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$	$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5$
$[\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 5] \cdot 12$	$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60]$
$[3 \cdot x + 4 \cdot y = 60] - 3 \cdot x$	$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$
$[4 \cdot y = 60 - 3 \cdot x]$	$y = \frac{-3 \cdot (x - 20)}{4}$

At the bottom, the interface shows "RAD AUTO REAL" and "7/99".

Conservateur

Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques



Enseignant 5

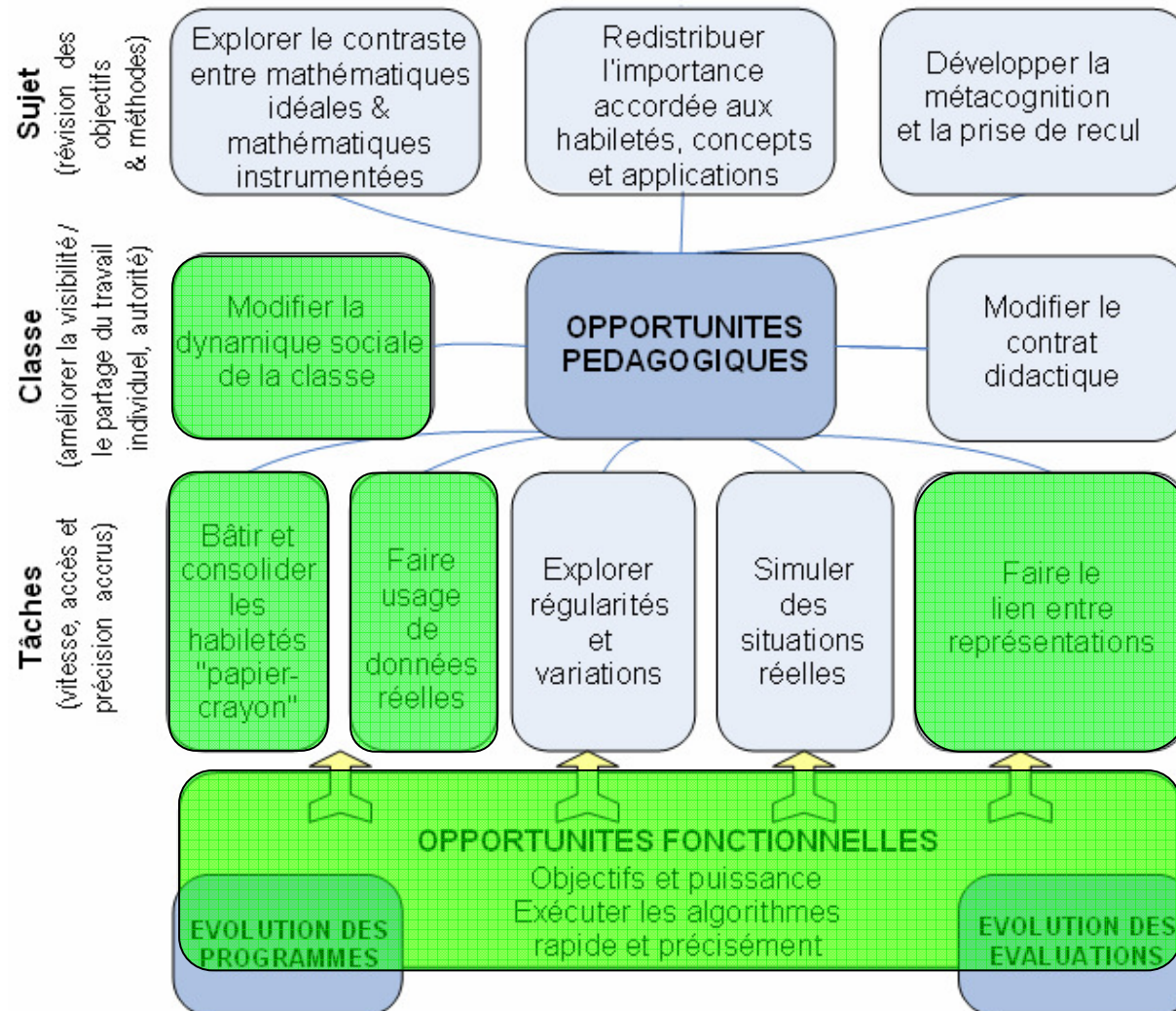
Concerné



- Cycles intermédiaires du secondaire, évaluation interne, programme orienté mais flexible
- Le principal objectif de l'enseignant consiste à améliorer l'attitude vis-à-vis des mathématiques
 - Il souhaite encourager et soutenir les élèves
 - Il souhaite que les élèves s'impliquent davantage
- Utilisation des logiciels de calcul formel
 - Valorisation des logiciels de calcul formel pour favoriser le recours à des situations réelles
 - Compenser les lacunes des habiletés « papier – crayon »
 - Valoriser les représentations multiples
 - Modifier la dynamique sociale de la classe : encourager le travail en groupe

Concerné

Cartographie pédagogique pour des outils d'analyse mathématiques

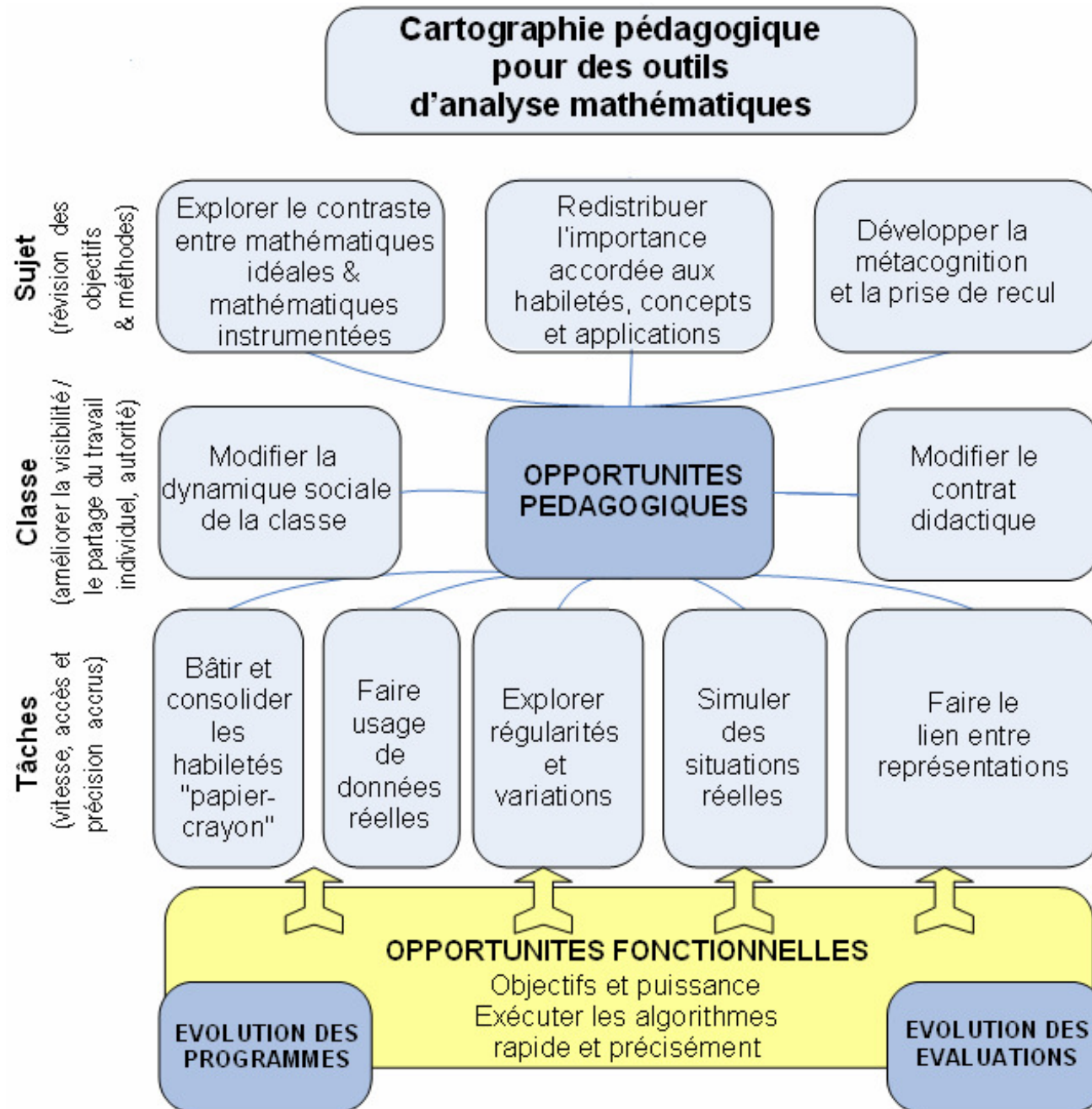


Quelques Implications

- Opportunités pédagogiques
 - Gamme très large
 - Sont observées sur un vaste éventail de classes
 - Peuvent ne pas être perçues par des enseignants individuels
 - Ou peuvent être perçues mais être rejetées
- Différents avantages (et inconvénients) potentiels à divers stades de l'apprentissage
 - Les enseignants de 3^{ème} et de 2^{nde} mettent l'accent sur la pédagogie, parce qu'ils enseignent des compétences fondamentales en algèbre
 - Les voies classiques empruntées par les enseignants de mathématiques avancées (fonctionnelles VERS pédagogiques) ne seront pas les voies empruntées par les enseignants d'élèves plus jeunes.
- Tous **ceux qui font des mathématiques** apprécient la capacité fonctionnelle, mais les **enseignants** ne le souhaitent pas forcément pour leur propre classe.

Quelques questions

- Existe-t-il des voies communes sur la cartographie pédagogique ?
- Est-il préférable d'avoir davantage d'opportunités ombragées ?
 - nous supposons non pas pour un enseignement ponctuel mais peut-être sur du long terme
- Quelles sont les principales considérations à prendre en compte lorsqu'on exploite chacune de ces opportunités pédagogiques ?
 - Ex : rechercher la régularité, etc. peut réduire les démarches par tâtonnement sans raison
- Y a-t-il d'importantes opportunités pédagogiques à rajouter ?



Références

- **RITEMATHS** <http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/RITEMATHS/>
- **CAS-CAT project** <http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/CAS-CAT/>
- Ball, L. & Stacey, K. (2006). Coming to appreciate the pedagogical uses of CAS. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 105 – 112. Prague: PME.
- Bardini, C., & Stacey, K. (2006). Students' conceptions of m and c : How to tune a linear function. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 113-120. Prague: PME.
- Pierce, R., & Stacey, K. (in press) Using pedagogical maps to show the opportunities afforded by CAS for improving the teaching of mathematics. *Australian Senior Mathematics Journal*
- Ball, L., & Stacey, K. (2007) *Using technology in high-stakes assessment: how teachers balance by-hand and automated techniques*. In Lim, C-S et al. *Proceedings of EARCOME4 2007 4th East Asia Regional Conference on Mathematics Education*. (pp 90 – 97) Universiti Sains Malaysia, Penang, Malaysia.
- Pierce, R., Stacey, K., and Barkatsas, A. (2007) *A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology*. *Computers and Education*. Vol 48(2), pp 285-300 DOI: 10.1016/j.compedu.2005.01.006
- Pierce, R. and Stacey, K. (2007) *Developing Algebraic Insight*. *Mathematics Teaching*. July 2007, pp 12 – 16.
- Stacey, K. & Flynn, P. (2007) *Principles to Guide Assessment with Technology*. In Noraini Idris (Ed.) *Classroom Assessment in Mathematics Education*, (pp. 1 – 18) Selangor, Malaysia: McGraw-Hill.
- Asp, G., & Stacey, K. (2006) *Using dynamic diagrams to motivate and assist problem solving by algebra*. *MAV Annual Conference Proceedings*, pp 14 – 23.
- Ball, L. & Stacey, K. (2005) *Good CAS written records: Insight from teachers*. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol 2, pp. 113 – 120). University of Melbourne: PME.
- Ball, L. & Stacey, K. (2005) *Students' views on using CAS in senior mathematics*. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, A. Roche (Eds.) *MERGA 28 - 2005. Proceedings of the Annual Conference*. Vol. 2, pp. 122-129. Mathematics Education Research Group of Australia.
- Ball, Lynda & Stacey, Kaye (2005) *Middle School CAS: Opportunities and Challenges for Teachers and Students*. In J. Mousley, L. Bragg & C. Campbell (Eds), *Mathematics – Celebrating Achievement*. *Proceedings of 2005 MAV conference*. (pp 25-34) Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Ball, Lynda and Stacey, Kaye (2005) *Teaching Strategies for Developing Judicious Technology Use*. In William J. Masalski (Ed.) *Technology-Supported Mathematics Learning Environments*. (NCTM 67th Yearbook) (pp. 3 – 15) NCTM: Reston, Va. <http://my.nctm.org/store/ecat/product.asp?ID=12850>
- Stacey, K., Chick, H., Kendal, M. (Eds) (2005) *The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study*. Kluwer, Dordrecht. (2005, XIV, 373 p., e-book, ISBN 1-4020-8131-6, New ICMI Study Series, Vol 8) www.springerlink.com (includes 2 chapters on technology)
- Stacey, Kaye. (2005). *Accessing Results from Research on Technology in Mathematics Education*. *Australian Senior Mathematics Journal*. 19 (1), 8-15.
- Ball, L. & Stacey, K. (2004) *A New Practice evolving in Learning Mathematics: Differences in Students' Written Records with CAS*. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds.) *The proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education – PME 28*. 2(1) (pp. 87 – 94). ISSN 0771-100X. Bergen University College, Bergen, Norway.
- Bardini, C., Pierce, R. & Stacey, K. (2004) *Teaching linear functions in context with graphics calculators: students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols*. *International Journal of Science and Mathematics Education* 2, 353-376.
- Pierce, R. & Stacey, K (2004) *A Framework for Monitoring Progress and Planning Teaching towards Effective Use of Computer Algebra Systems*. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*. 9(1), 59 - 93 <http://dx.doi.org/10.1023/B:IJCO.0000038246.98119.14>
- Pierce, R. & Stacey, K. (2004) *Learning to Use CAS: Voices from a Classroom*. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds.) *The proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education – PME 28*. 4(1) (pp. 25 – 32). ISSN 0771-100X. Bergen University College, Bergen, Norway.
- Pierce, R. & Stacey, K. (2004) *Monitoring Progress in Algebra in a CAS Active Context: Symbol Sense, Algebraic Insight and Algebraic Expectation*. *The International Journal for Technology in Mathematics Education* 11(1), 3 – 11. (ISSN 1744-2710. Research Information Ltd., Hertfordshire, UK.)

Merci

Kaye Stacey

k.stacey@unimelb.edu.au

CAS-CAT project

<http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/CAS-CAT/>

RITEMATHS

<http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/RITEMATHS/>

Ces idées ont été développées en collaboration avec Dr. Robyn
Pierce, Université de Melbourne